

坡地降雨量與地下水位關係之時間序列分析
Time Series Analysis of Rainfall and Groundwater
Table for the Slope Land Watersheds

蘇苗彬

陳旺志

國立中興大學

國立屏東技術學院

土木所副教授

土木系講師

第二屆地下水資源及水質保護研討會

國立成功大學水利及海洋工程學系

國立成功大學資源工程學系

國立成功大學地球科學系

經濟部水利司

編印

中華民國八十六年元月九、十日

坡地降雨量與地下水位關係之時間序列分析
Time Series Analysis of Rainfall and Groundwater
Table for the Slopeland Watersheds

蘇苗彬

陳旺志

國立中興大學

國立屏東技術學院

土木所副教授

土木系講師

摘要

有關地下水流的研究，國內多側重於對含水層的模擬，較少應用統計推論或時間序列的方法進行分析，尤其是在集水區中上游屬於水資源涵養的地區，由於缺乏實際觀測資料，較少有相關之研究發表。有鑑於此，本研究針對台北周圍山坡地土地利用型態差異較大及記錄較為長期而完整之無名溪、青碧溪、松山區等三處集水區進行分析探討。

首先將三處測站之雨量及地下水位資料進行整理及補遺，完成三站之日雨量、二小時雨量、月最高地下水位、日最高地下水位及二小時地下水位等不同期距之水文資料檔。在就此等資料分別以波譜密度分析、線性迴歸分析、二元交叉相關函數分析、及ARIMA(p,d,q)模式之序率式時間序列分析等方法，分別探討地下水位之週期性、長期趨勢性及雨量與地下水位之稽延時差關係，並以ARIMA(p,d,q)模式進行降雨量與地下水位時間序列分析及預測。此外，綜合上述分析結果與三個山坡地集水區土地利用之基本調查資料，探討台北市山坡地不同開發型態對地下水位週期性、長期趨勢性之影響，以及開發型態對雨量及地下水位稽延時差的影響。

研究結果顯示各集水區月最高地下水位具有下降之長期趨勢，且以開發比率最大者為甚。各集水區日最高地下水位之時間序列以ARIMA模式進行分析，結果顯示其對短期間內之地下水位預測應屬可行。各集水區之二小時雨量及地下水位經二元交叉相關函數分析其交叉相關係數均不高，然由其趨勢仍可初步判定雨量影響地下水位之稽延時差為開發比率愈大者其稽延時差亦愈大。

一、前言

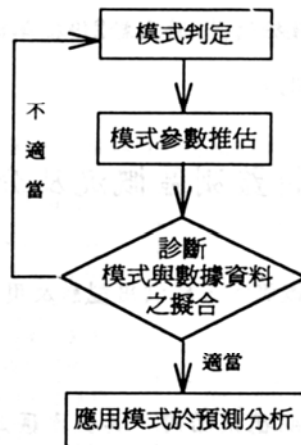
國內有關地下水流的研究，多側重於對含水層的模擬，較少應用統計推論或時間序列的方法進行分析。一般而言，水文時間序列(Hydrologic time series)之分析可為定率式(Deterministic)或序率式(Stochastic)。前者不考慮歷程中變數發生之機率，完全依照物理上之確定定律，及數理模式構成水文模式稱為定率式時間序列分析。而後者則考慮歷程中變數發生之機率或時間上之先後關係，依照不確定定律，由過去觀測之實際資料，歸納其統計特性，尋求適合之水文模式是為序率式時間序列分析。本研究鑑於現場之觀測資料僅有地下水位及雨量之變化，乃採序率式分析。並以Box and Jenkins於1970年提出的自迴歸移動平均整合模式(Autoregressive Integrated Moving Average Models, ARIMA)，進行地下水時間序列之分析。

本研究針對台北週圍山坡土地利用型態差異較大及記錄完整之無名溪、青碧溪、松山區等三處集水區進行分析探討。分別以三測站之日雨量、二小時雨量、月最高地下水位、日最高地下水位及二小時地下水位等不同期距之水文資料檔，進行波譜密度分析、線性迴歸分析、二元交叉相關函數分析、及ARIMA(p,d,q)模式之序率式時間序列分析。探討各集水區其地下水位之週期性、長期趨勢性及雨量與地下水位之稽延時差關係，並探討以ARIMA(p,d,q)模式進行地下水位時間序列分析及預測之可行性。並綜合上述分析結果與三個山坡地集水區土地利用資料，探討台北市山坡地不同開發型態對地下水位週期性、長期趨勢性之影響，以及開發型態對雨量與地下水位稽延時差之影響。本研究各項統計分析及時間序列分析係使用SPSS套裝軟體Windows 6.0版作為工具程式。

二、ARIMA模式及二元交叉相關函數分析

1. ARIMA(p, d, q)模式之建立方式

Box and Jenkins建立ARIMA模式可分為模式判定、模式參數推估及模式診斷三個基本程序，若模式診斷結果不適當則重新開始此三個程序找出最適當之模式，接著再應用此模式進行預測分析，此一步驟將之以流程圖示之如下。



2. ARIMA模式之選取準則

若一組時間數列可以一含有 M 個參數之統計模式擬合，為評估模式擬合之品質可以下列兩判定準則為之：

(A).AIC準則(Akaike's information criterion)

$$AIC(M) = n \ln \hat{\sigma}_a^2 + 2M \dots \dots \dots (1)$$

(B).SBC準則(Schwartz's Bayesian criterion)

$$SBC(M) = n \ln \hat{\sigma}_a^2 + M \ln n \dots \dots \dots (2)$$

式中 n ：有效之觀測值個數

M ：參數之個數

$\hat{\sigma}_a^2$ ：殘差數列之變異數

一般而言AIC較適合評估自我迴歸模式，而SBC則屬較通用之評估準則，且模式之AIC及SBC值愈低表示其擬合品質愈佳。

3. 二元交叉相關函數分析

二時間數列間之關係可以二元交叉相關函數(Cross correlation function, CCF)判定之。若 $\{X_t\}$ 與 $\{Y_t\}$ 為二組時間數列，若相互獨立平均值為 μ_x 、 μ_y ，變異數為 σ_x^2 、 σ_y^2 ，則其交叉相關函數 $\{S_{Y_{xy}}(k), k=0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$ 之期望值為零，標準誤差為 $1/\sqrt{n}$ 。若 $|S_{Y_{xy}}(k)| > 2/\sqrt{n}$ (2倍之標準誤差)，則 $\{X_t\}$ 影響 $\{Y_t\}$ 之稽延時差為 k 。今以兩量為 $\{X_t\}$ ，地

下水位為 $\{Y_t\}$ ，若其交叉相關係數於時差 k 時大於2倍標準誤差，則表示兩量數列需稽延 k 個時差後才影響到地下水位之變化。

三、水文資料監測區概況及分析資料種類

本研究所選各集水區之環境概況、土地利用型態及用以分析之資料種類列述如下。

1. 青碧溪集水區(明德水文站)

青碧溪監測站位於至善路明德樂園內，其集水區為一由北向南傾斜之長條形流域。四周之分水嶺高程在海拔200~1000公尺之間，面積為7.63平方公里，主流路長8.06公里，平均寬1.31公里，平均坡度41.4%。

2. 無名溪集水區(木柵水文站)

本測站位於指南路三段旁之無名溪中，該地之溪床平均坡度在12%之間，該子集水區內一般均為起伏不大之低丘陵地，大部份在海拔20m至250m之間，地層主要為中新世的沈積岩與夾雜於其內之凝灰岩。本集水區集水面積約6.68平方公里，主流長度4364公尺，平均寬度1530公尺。

3. 松山區集水區(挹翠水文站)

挹翠監測站位於信義路底往挹翠山莊路邊，其集水區呈由東南向西北傾斜之矩形流域。四周分水嶺高程在海拔50公尺至250公尺之間，面積34.5公頃，主流路長度742公尺，平均縱坡度21.8%，平均寬度408公尺。

4. 各集水區土地利用型態之比較

三個集水區民國79年、82年及83年之土地利用與覆蓋物分佈之狀況分別如圖1、2、3所示。由該等圖中可見建地、馬路等人為開發所佔之面積百分比以松山區集水區為最高，其次為無名溪集水區，再次為青碧溪集水區。

5. 各集水區分析水文資料種類

本研究分析使用之水文資料包括各集水區之日雨量、二小時雨量、月最高地下水位、日最高地下水位及二小時地下水位等，由於各集水區水文站設站之起始時間不同，且因儀器故障等問題造成各站資料並不完全連續，因此本研究選取具有連續

錄資料最長之期段進行分析。各集水區水文站用來分析之記錄資料類別、期間及數量詳細如表1所示。

表1 各集水區水文站進行分析之水文資料類別、期間及數量

集水區	水文站	資料別	資料期間	資料數
青磬溪 集水區	明德 水文站	月最高地下水位	1993/7~1995/5	23
		日最高地下水位	1993/9/1~1994/9/30	395
		二小時地下水位	1993/9/1/0:00~1994/9/30/22:00	4740
無名溪 集水區	木橋 水文站	月最高地下水位	1991/8~1995/5	46
		日最高地下水位	1993/7/1~1994/3/31	274
		二小時地下水位	1993/7/1/0:00~1994/3/31/22:00	3288
松山區 集水區	托翠 水文站	月最高地下水位	1991/7~1995/5	47
		日最高地下水位	1993/8/28~1993/12/4	99
		二小時地下水位	1993/8/28/12:00~1993/12/4/16:00	1191

四、分析項目與結果

1. 地下水位之週期性

週期性之探討係以月最高地下水位資料為之，並以波譜分析方法進行，各集水區月最高地下水位之週期綜合整理如表2所示。由於各集水區其波譜密度曲線並未特別突出，故由此判定之各集水區可能週期性僅可提供參考，未來仍須繼續觀測增加記錄點數進行分析以利研判。

2. 地下水位之長期趨勢

長期趨勢亦針對月最高地下水位資料分析之，係以地下水位及時間進行線性迴歸分析加以研判，參考表2中各集水區月最高地下水位之最可能週期，先對清磬溪、無名溪及松山區集水區之月最高地下水位分別求取8個月、6個月及14個月之移動平均值後，再分別進行線性迴歸，其線性迴歸式以 $GWT=a+b(\text{time})$ 表示，迴歸方程式之參數值及參數值之t-test結果則綜合如表3所示，各集水區之月最高地下水位五個月之移動平均趨勢及其線性迴歸趨勢則如圖4~圖6所示。由表3及圖4~圖6可知青磬溪集水區之長期趨勢為零即無變動，而無名溪及松山區集水區則有遞減之趨勢，且松山區集水區之遞減趨勢大於無名溪集水區。然由於青磬溪集水區之資料個數最少，故雖然在95%顯著水準之考驗下其b值為零，後續仍待進一步補充記錄使其資料數與其他集水區相同以便更客觀的分析及比較。

3. 雨量與地下水位時間數列之稽延時差

就各集水區之二小時雨量及地下水位記錄資料分別進行二元交叉相關函數分析，以研判雨量影響地下水位之稽延時差，各集水區交叉相關函數圖取青礮溪集水區為例，如圖7所示，各集水區在正的稽延數部份之幾個最大正交叉相關係數及其稽延時差則綜合整理如表4所示。由表4可見松山區集水區之稽延時差較清礮溪及無名溪集水區來得大。

表2 各集水區月最高地下水位之週期性

集水區	資料期間	可能之週期
青礮溪	1993/7~1995/5	8個月
無名溪	1991/8~1995/5	6或9個月
松山區	1991/7~1995/5	8或14個月

表3 各集水區月最高地下水位之長期趨勢

$$GWT=a+b(\text{time})$$

集水區	資料數	a值	b值	95%顯著水準 下 b=0
		t-value	t-value	
		p-value	p-value	
青礮溪 集水區	23	191.291	-1.458	YES
		24.471	-2.216	
		0.00	0.05	
無名溪 集水區	46	236.118	-0.502	NO
		97.918	-5.142	
		0.00	0.00	
松山區 集水區	47	502.991	-2.153	NO
		73.294	-7.920	
		0.00	0.00	

表4 各集水區二小時雨量及地下水位之稽延時差及其交叉相關係數

集水區	觀測時間	稽延時差(hr)	交叉相關係數
青礮溪	1993/9/1/0:00	2	0.065
	~	62	0.059
	~	4	0.052
	1994/9/30/22:00	14	0.040
無名溪	1993/7/1/0:00	2	0.114
	~	18	0.066
	1994/3/31/22:00	22	0.066
松山區	1993/8/28/12:00	34	0.141
	~	126	0.079
	1993/12/4/16:00	168	0.072

4. 地下水位ARIMA(p,d,q)模式之建立與預測分析

由於月最高地下水位之資料筆數太少不適合進行ARIMA模式之分析，而二小時地下水位資料其ARIMA模式之預測期間則較為有限，故本節之分析僅針對各集水區之日最高地下水位資料進行模式建立及預測分析。

(1) 青碧溪集水區

本集水區之日最高地下水位資料共395筆，今以1~385筆資料建立ARIMA模式，再以模式預測386~395筆之資料。

1~385筆資料未差分先進行分析其ACF及PACF，再經一次差分後分析其ACF及PACF，由此研判其可能之p, d, q組合，再對此等組合進行模式參數之推估，並計算模式之AIC及SBC值，結果綜合如表5。由表5可知ARIMA(1, 1, 1)為最佳之模式，故本集水區之模式應為ARIMA(1, 1, 1)，其方程式為：

$$(1-0.773B)(Z_t-Z_{t-1})=a_t-0.972a_{t-1}\dots\dots\dots(3)$$

表5 青碧溪集水區日最高地下水位不同p,d,q組合分析ARIMA模式結果

p	d	q	constant	$\phi 1$	$\phi 2$	$\phi 3$	$\theta 1$	$\theta 2$	AIC	SBC
3	0	0	133.470* (5.126)	0.882* (0.0506)	-0.186 (0.0672)	0.146* (0.0506)	—	—	3242	2358
2	0	0	133.254* (4.435)	0.873* (0.0510)	-0.0589 (0.0510)	—	—	—	3248	3260
1	0	0	133.325* (4.692)	0.824* (0.0287)	—	—	—	—	3248	3256
1	1	1	—	0.773* (0.0406)	—	—	0.972* (0.0163)	—	3238	3246
2	1	2	—	0.312 (0.280)	0.301 (0.231)	—	0.415 (0.262)	0.534* (0.257)	3235	3251

註：()內為參數之標準誤差，*表參數之t-value達95%之顯著水準

(2) 無名溪集水區

本集水區日最高地下水位資料共274筆，今以1~264筆資料建立ARIMA模式，再以模式預測265~274筆之資料。

1~264筆資料以類似青碧溪集水區之分析及診斷過程進行研判，可得本集水區之最適當模式為ARIMA(1, 0, 0)方程式為

$$(1-0.879B)Z_t=193.974+a_t\dots\dots\dots(4)$$

(3)松山區集水區

本集水區日最高地下水位資料共99筆，今以1~89筆資料建立ARIMA模式，再以模式預測90~99筆之資料。

1~89筆資料以類似青碧溪集水區之分析及診斷過程進行研判，可得本集水區之最適當模式為ARIMA(0, 1, 0)屬於隨機漫步模式(Random Walk Model)，其方程式以期望值表示為

$$Z_t - Z_{t-1} = -0.0227 + a_t \dots \dots \dots (5)$$

由此模式預測90~99筆資料共十天之地下水位預測結果不理想，為求較為精確之預測範圍，縮短預測天數為5天，以1~94筆資料進行ARIMA模式之建立，可得集水區之模式亦以ARIMA(0, 1, 0)為最適當，其方程式為：

$$Z_t - Z_{t-1} = 0.0215 + a_t \dots \dots \dots (6)$$

五、結論與建議

1. 三個集水區月最高地下水位週期性經波譜密度分析顯示，青碧溪集水區之可能週期為8個月，無名溪集水區之可能週期為6或9個月，松山區集水區之可能週期為8或14個月。
2. 三個集水區之土地利用情形，其建地、馬路等部份所佔之面積百分比，經由民國79年3月、82年7月及83年3月之影像資料分析研判結果，均顯示無名溪集水區略大於青碧溪集水區，而松山區集水區則遠大於前述二個集水區。
3. 月最高地下水位之長期趨勢研判中青碧溪集水區無長期趨勢，無名溪及松山區呈遞減之長期趨勢，而松山區之遞減率又數倍於無名溪者，故可知集水區之建地、馬路等開發面積比率愈大則產生月最高地下水位降低之長期趨勢量愈大。惟青碧溪集水區之資料數太少，雖在95%顯著水準考驗下無長期趨勢，後續仍待進一步補充資料加以研判。
4. 雨量影響地下水位之稽延時差，亦以青碧溪及無名溪兩集水區之值較為接近，而松山區集水區之稽延時差則遠較上述二集水區為長，此結果顯示建地、馬路等開發面積比率較大之集水區，其降雨後經由直接入滲，此一可較快速補注提升地下水位之路徑，進入地下之量明顯較少，故造成降雨補注影響地下水位之稽延時差較長。惟表4中分析所得

各稽延時差之交叉相關係數均屬不高，上述之判斷僅能視為初步現象，仍待後續更多明確之觀測資料進行研判。

5. 三個集水區以ARIMA(p,d,q)模式進行日最高地下水位之預測，青礮溪集水區及無名溪集水區對十日內地下水位之預測其實際水位值均在預測之95%信賴區間範圍內；松山區集水區則對五日內地下水位進行預測，其實際水位值皆可落在預測之95%信賴區間範圍內。由上可知以ARIMA(p,d,q)模式分析及預測地下水位值，其對短期間內之預測分析應屬可行，且預測之期間愈短其預測準確度愈高。
6. 本研究使用之ARIMA模式僅以時間為單一之變數，進行地下水位變化之分析，後續工作宜加入其他影響地下水位之因素，如雨量、前期降雨量及土層之入滲能力等，進行多變量之序率式時間序列分析，並變化預測區間之期距，以提高模式之預測準確性。

參考文獻

1. Reddi, L. N., & T. H. Wu, "Probabilistic analysis of groundwater levels in hillside slopes", *Journal of Geotechnical Engineering*, Vol. 117, No. 6, 1991.
2. Bouwer, H., *Groundwater Hydrology*, McGraw-Hill, Inc. 1978.
3. Gelhar, L. W., *Stochastic subsurface hydrology*, Prentice-Hall, Inc. 1993.
4. Harr, M. E., *Groundwater and Seepage*, McGraw-Hill, Inc. 1962.
5. Hillel, D., *Soil and Water, Physical Principles and Processes*, Academic Press, Inc. 1971.
6. SPSS Inc., *SPSS for Windows: Trends, release 6.0. 1993*.
7. Law, A. G., "Stochastic Analysis of Groundwater Level Time Series in the Western United States", *Hydrology papers*, Colorado State University. 1974.
8. 蘇苗彬、陳旺志，「台北市山坡地降雨量及地下水位之時間序列分析」，*中華水土保持學報*，第二十七卷，第二期，第127-138頁，1996。
9. 李求才，「時間序列分析方法在礦山巷道圍岩穩定性分類中的應用」，*中國青年學者岩土工程力學及其應用討論會論文集*，PP. 396-401，1994。
10. 林茂文，「時間數列分析與預測」，華泰書局，1992。

11. 何智武、蘇苗彬，「台北市山坡地水文環境監測站設置計畫(第四期)」，pp. 48-57，1994。
12. 國立中興大學水土保持學研究所、土木工程學研究所，「台北市山坡地水文環境監測資料彙編」，PP. C-1 ~D-37，1995。

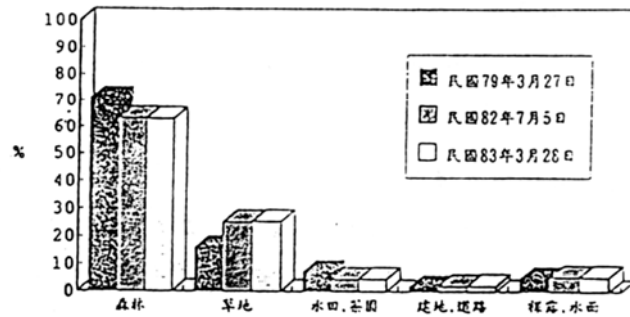


圖1 青碧溪集水區土地利用比較圖

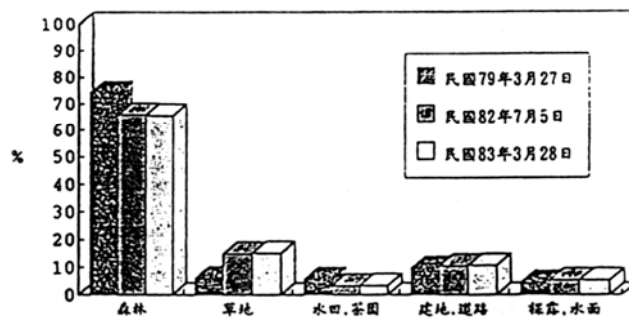


圖2 無名溪集水區土地利用比較圖

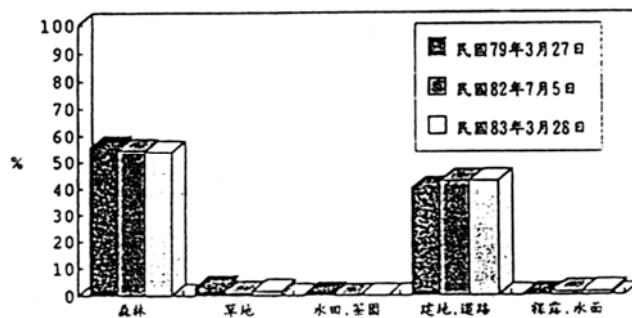
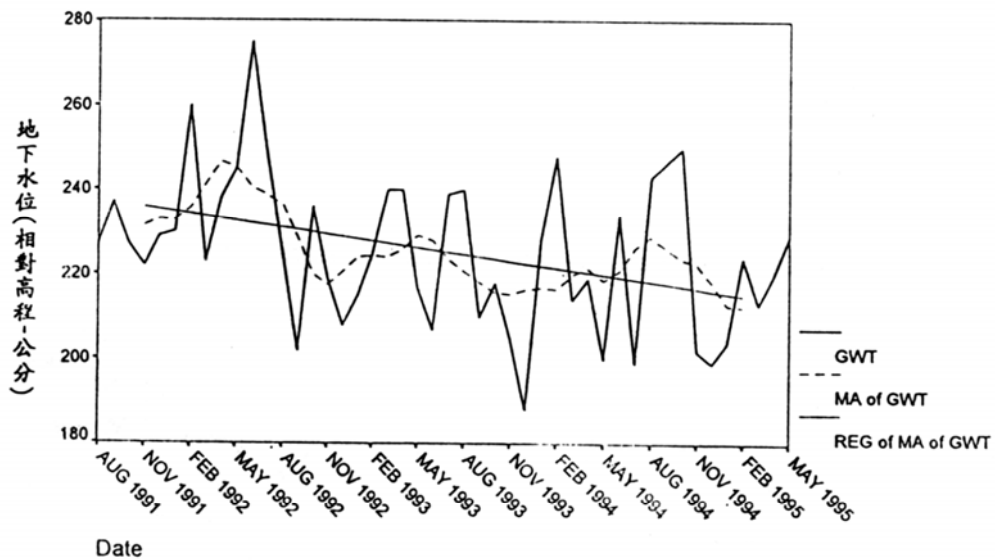
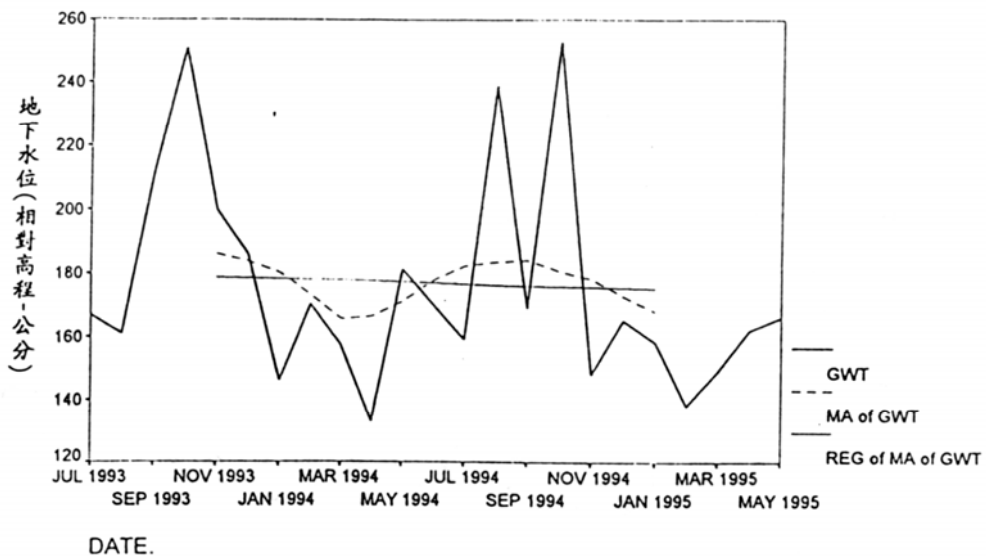


圖3 松山區集水區土地利用比較圖



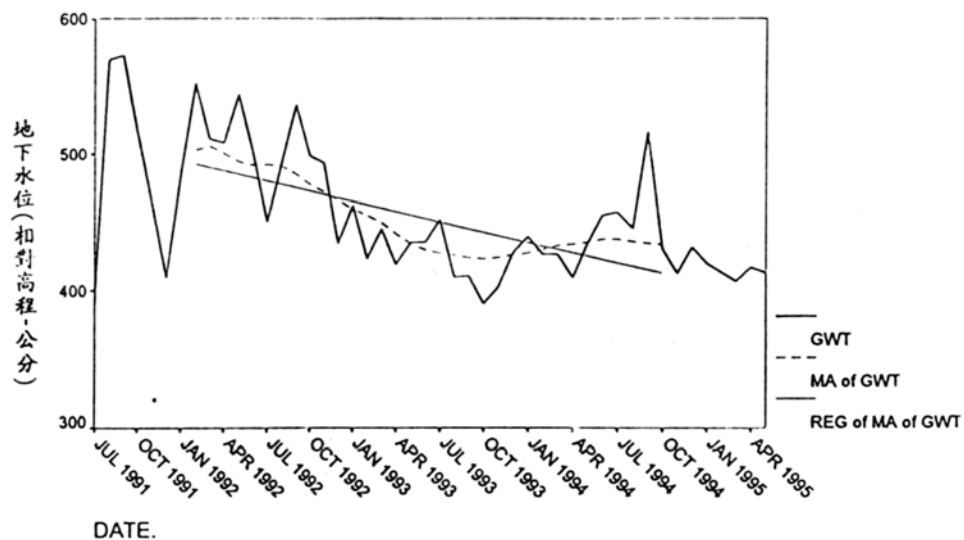


圖 6 松山區集水區月最高地下水位及其移動平均線(14 個月)與迴歸線

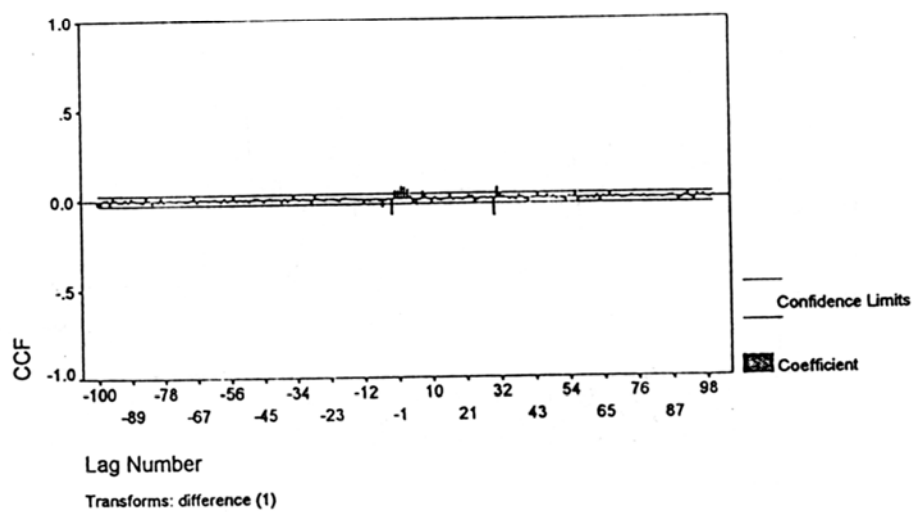


圖 7 青碧溪集水區二小時雨量及地下水位交叉相關函數圖

本文承蒙國科會計畫(編號 NSC84-2621-P-005-011-B)經費之補助，僅此誌表謝意。

Time Series Analysis of Rainfall and Groundwater Table for the Slopeland Watersheds

Miau-Bin Su

Associate Professor , Department of Civil Engineering ,
National Chung Hsing University ,

Wang-Jyh Chen

Instructor , Department of Civil Engineering ,
National Pingtung Polytechnic Institute ,

ABSTRACT

Rainfall induces groundwater table fluctuation in slopeland area. In this study , Time series analysis are chosen to study the effect of different land utilization to the relationship between rainfall and watertable.

Rainfall and groundwater table data of these three watersheds,named Wu-Ming-Si, Ching-Chei-Si and Song-Sun-Chi, were collected and analyzed. The data file includes data of daily rainfall, 2 hours rainfall, monthly maximum groundwater table, daily maximum groundwater table and 2 hours groundwater table.

Spectral density analysis of groundwater table were performed to check their periodicity of these three watersheds. Result of linear regression analysis of groundwater table show that, long term trend of groundwater table is dropping and especially significant for the watershed having largest land use ratio.

Cross correlation function analysis of rainfall and groundwater table were performed to calculate the lag time between rainfall and groundwater table of these three watersheds. The watershed having most paved area has a longer Time lag which implies its infiltration had reduced. At the end,time series of groundwater table of these three watersheds were analyzed by stochastic method and their ARIMA(p,d,q) models were built.