

臺北市山坡地降雨量及地下水位之時間序列分析

蘇苗彬 陳旺志

關鍵字：地下水位、降雨、時間序列、自適應移動平均模型

摘要

有關地下水庫的研究，國內多側重於對含水量的模擬，較少採用統計與時間序列的方法進行分析，尤其是在集水區中上游屬於水資源保護的區域，由於缺乏實際監測的資料，更少有關之研究與設計。有鑑於此，本研究針對臺北兩區（一）坡地土地利用型態不同，及（二）流域較為長期而完整之無名區、奇摩溪、松山溪等三處集水區進行分析探討。首先，收集兩站之雨量及地下水位資料進行整理及描述，選取三站（一）雨量、（二）時雨量、月量、（三）地下水位日最高地下水位及二小時地下水位等不同期距之水文資料檔，再分別對資料檔分別作自適應度分析、線性迴歸分析、一元變異相關、差分分析及 ARIMA (p, d, q) 模式之序列分析等時間序列分析方法，分別探討各集水區之地下水位之週期性、季節變異性及自適應地下水位之隱性時態關係，並探討以 ARIMA (p, d, q) 模式之地下水位時間序列之預測之可行性。研究顯示各集水區月最高地下水位具有下降之趨勢，且以開山、山後水庫為甚。各集水區日最高地下水位之時間序列以 ARIMA 模式進行分析，結果顯示在短期間內之地下水位預測應屬可行，各集水區之二小時雨量、地下水位與一元變異的相關係數其值又相關係數均不高，然由其趨勢仍可初步判定雨量影響地下水位之變化的時間關係，惟愈大者其精度時差亦愈大。

Time Series Analysis of Rainfall and Groundwater Table for the Slopeland Watersheds of Taipei Area

Miau-Bin Su

Associate Professor, Department of Civil Engineering,
National Chung Hsing University,
Taichung, Taiwan 40227, R.O.C.

Wang-Jyh Chen

中華水土保持學報第二十七卷第二期抽印本

Institute of Environmental Engineering,
National Pingtung Polytechnic Institute

REPRINTED FROM JOURNAL OF CHINESE SOIL AND WATER CONSERVATION VOL. 27, NO.2

中華民國八十五年六月 June 1996

Key Words: Groundwater Table, Rainfall, Time Series, ARIMA

ABSTRACT

Rainfall induces groundwater table fluctuation in slopeland area. In this study,

* 國立中央大學土木系學務處所請教授

* 國立屏東技術學院土木系技術員張國雄

臺北市山坡地降雨量及地下水位之時間序列分析

蘇苗彬¹ 陳旺志²

關鍵詞：地下水位、降雨、時間序列、自我迴歸移動平均整合模式。

摘 要

有關地下水流的研究，國內多側重於對含水層的模擬，較少應用統計推論或時間序列的方法進行分析，尤其是在集水區中上游屬於水資源涵養的地區，由於缺乏實際觀測的資料，較少有相關之研究發表。有鑑於此，本研究針對臺北周圍山坡地土地利用型態差異較大及記錄較為長期而完整之無名溪、青礮溪、松山區等三處集水區進行分析探討。首先將三處測站之雨量及地下水位資料進行整理及補遺，完成三站之日雨量、二小時雨量、月最高地下水位、日最高地下水位及二小時地下水位等不同期距之水文資料檔。再就此等資料檔分別以波譜密度分析、線性迴歸分析、二元交叉相關函數分析及 ARIMA (p, d, q) 模式之序率式時間序列分析等方法，分別探討各集水區其地下水位之週期性、長期趨勢性及雨量與地下水位之稽延時差關係，並探討以 ARIMA (p, d, q) 模式進行地下水位時間序列分析及預測之可行性。研究顯示各集水區月最高地下水位具有下降之長期趨勢，且以開發比率最大者為甚。各集水區日最高地下水位之時間序列以 ARIMA 模式進行分析，結果顯示其對短期間內之地下水位預測應屬可行。各集水區之二小時雨量及地下水位經二元交叉相關函數分析其交叉相關係數均不高，然由其趨勢仍可初步判定雨量影響地下水位之稽延時差為開發比率愈大者其稽延時差亦愈大。

Time Series Analysis of Rainfall and Groundwater Table for the Slopeland Watersheds of Taipei Area

Miau-Bin Su

Associate Professor, Department of Civil Engineering,
National Chung Hsing University,
Taichung, Taiwan 40227, R.O.C.

Wang-Jyh Chen

Instructor, Department of Civil Engineering,
National Pingtung Polytechnic Institute,
Pingtung, Taiwan 90002, R.O.C.

Key Words: Groundwater Table, Rainfall, Time Series, ARIMA.

ABSTRACT

Rainfall induces groundwater table fluctuation in slopeland area. In this study,

¹ 國立中興大學土木工程學研究所副教授

² 國立屏東技術學院土木工程技術系講師

time series analysis are chosen to study the effect of different land utilization to the relationship between rainfall and watertable. Rainfall and groundwater table data of these three watersheds, named Wu-Ming-Si, Ching-Chei-Si and Song-Sun-Chi, were collected and analyzed. The data file includes data of daily rainfall, 2 hours rainfall, monthly maximum groundwater table, daily maximum groundwater table and 2 hours groundwater table. Spectral density analysis of groundwater table were performed to check their periodicity of these three watersheds. Result of linear regression analysis of groundwater table show that, long term trend of groundwater table is dropping and especially significant for the watershed having largest land use ratio. Cross correlation function analysis of rainfall and groundwater table were performed to calculate the lag time between rainfall and groundwater table of these three watersheds. The watershed having most paved area has a longer time lag which implies its infiltration had reduced. At the end, time series of groundwater table of these three watersheds were analyzed by stochastic method and their ARIMA (p, d, q) models were built.

一、前言

國內有關地表水水文特性，多位學者已有豐富之研究成果，包括了各種的經驗公式、數學模式、統計分析、時間序列預測等，惟有關地下水流的的研究，國內多側重於對含水層的模擬，較少應用統計推論或時間序列的方法進行分析，尤其是在集水區中上游屬於水資源涵養的地區，由於缺乏實際觀測的資料，較少有相關之研究發表。一般而言，水文時間序列 (Hydrologic time series) 之分析可為定率式 (Deterministic) 或序率式 (Stochastic)。前者不考慮歷程中變數發生之機率，其歷程完全依照物理上之確定定律，以完整之物理模式構成水文模式稱為定率式時間序列分析。而後者則考慮歷程中變數發生之機率或時間上之先後關係，依照不確定定律，以統計方法由過去觀測之實際資料，歸納其統計特性，尋求適合之水文模式是為序率式時間序列分析。一般而言，地下水位之時間序列可採用任一方式分析之，本研究鑑於現場之觀測資料僅有地下水位及雨量之變化，乃採序率式分析。Box and Jenkins 於 1970 年提出一精確之序率式時間序列分析法，稱為自迴歸移動平均整合模式 (Autoregressive Integrated Moving Average Models, ARIMA)，在選取模式型態、參數推估及預測能力上均頗嚴謹有效，而廣為各界採用，本研究亦採用此模式進行地下水時間序列之分析。

本研究針對臺北週圍山坡地土地利用型態差異較大及記錄較為長期而完整之無名溪、青碧溪、松山區

等三處集水區進行分析探討。首先將三處測站之雨量及地下水位資料進行整理及補遺，完成三站之日雨量、二小時雨量、月最高地下水位、日最高地下水位及二小時地下水位等不同期距之水文資料檔。再就此等資料檔分別以波譜密度分析、線性迴歸分析、二元交叉相關函數分析及 ARIMA (p, d, q) 模式之序率式時間序列分析等方法，分別探討無名溪、青碧溪及松山區集水區其地下水位之週期性、長期趨勢性及雨量與地下水位之稽延時差關係，並探討以 ARIMA (p, d, q) 模式進行地下水位時間序列分析及預測之可行性。此外，並綜合上述分析結果與三個山坡地集水區土地利用之基本調查資料，探討臺北市山坡地不同開發型態對地下水位週期性、長期趨勢性之影響，以及開發型態對雨量與地下水位稽延時差之影響。本研究各項統計分析及時間序列分析係使用 SPSS 套裝軟體 Windows 6.0 版作為工具程式。

二、ARIMA 模式

1. ARIMA 模式基本理論

若時間序列 $\{Z_t\}$ 符合 ARIMA (p, d, q) 模式，則其方程式如下：

$$\phi_p(B)\nabla^d(Z_t - \mu) = C + \theta_q(B)a_t$$

式中

P : 自迴歸過程之階數

d : 差分次數

q : 移動平均過程之階數

B : 移動運算子, $B^d Z_t = Z_{t-d}$

∇ : 差分運算子, $\nabla^d = (1-B)^d$

μ : 位移參數

C : 常數項

$\phi_p(B)$, $\theta_q(B)$: p 和 q 階之 B 的多項式

$\phi_p(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$

$\theta_q(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$

$(\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p)$ 稱為自我迴歸參數

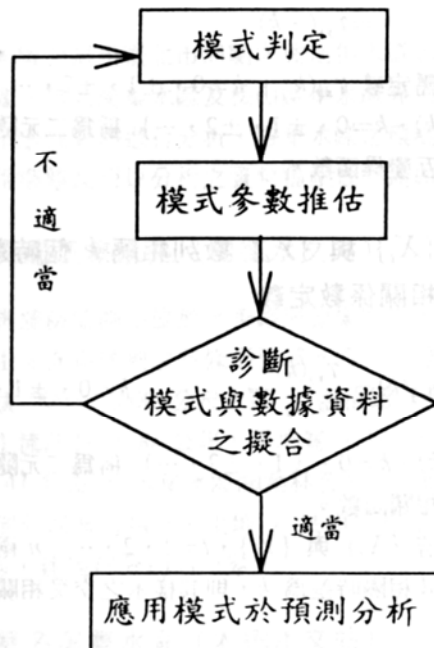
$(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q)$ 稱為移動平均參數

$\{a_t\}$: 白噪音 (white noise) 數列

式中若 $d > 0$, 則 μ 項會消失。

2. ARIMA (p, d, q) 模式之建立方式

Box and Jenkins 建立 ARIMA 模式可分為模式判定、模式參數推估及模式診斷三個基本程序, 若模式診斷結果不適當則重新開始此三個程序找出最適當之模式, 接著再應用此模式進行預測分析, 此步驟將之以流程圖示之如下:



(1) 模式判定 (Identification)

此步驟係判定模式中之 p, d, q 三個非負整數, 其判定可以自相關函數 (Autocorrelation function

, ACF, ρ_k) 與偏自相關函數 (Partial autocorrelation function, PACF, ϕ_{kk}) 為依據。

自相關係數之 ρ_k 最佳估計為:

$$\rho_k = \frac{C_k}{C_0}, \quad k = 1, 2, \dots$$

式中

$$C_k = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N-k} (Z_t - \bar{Z})(Z_{t+k} - \bar{Z}), \quad k = 1, 2, \dots$$

$$C_0 = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (Z_t - \bar{Z})^2$$

$$\bar{Z} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N Z_t$$

偏自相關係數 ϕ_{kk} 可由下列迭代公式求之:

$$\phi_{11} = \rho_1$$

$$\phi_{k+1,k+1} = \left(\rho_{k+1} - \sum_{j=1}^k \rho_{k+1-j} \phi_{kj} \right) \left(1 - \sum_{j=1}^k \rho_j \phi_{kj} \right)^{-1}$$

$$\phi_{k+1,j} = \phi_{k,j} - \phi_{k+1,k+1} \phi_{k,j-k}$$

(A) d 值之判定

若 ACF 不易很快消失, 則數列為一無定向型數列, 需取差分直至數列之 ACF 很快消失, 則表示數列已轉換為平穩型數列, 此時所需之差分次數即為 d 值。

平穩型時間數列 (Stationary time series) 係指一個時間數列其統計特性不隨時間之變化而變者, 反之則稱為無定向型時間數列。

(B) p, q 值之判定

(a) ARIMA ($p, d, 0$)

取 d 次差分後之數列, 其 ACF 呈漸漸消失, 而 PACF 則切斷於 k , 當 $k > p$ 。

(b) ARIMA ($0, d, q$)

取 d 次差分後之數列, 其 ACF 切斷於 k , 當 $k > q$, 而 PACF 呈漸漸消失之型態。

(c) ARIMA (p, d, q)

取 d 次差分後之數列, 其 ACF 及 PACF 均呈漸漸消失之型態。

(2) 模式參數值推估 (Estimation)

其方法計有三種分別為動差法 (Moment method)、最小平方方法 (Least square method) 及最大概似法 (Maximum likelihood method)。一般以最大概似法推估自迴歸及移動平均參數最為有效。

(3) 模式之診斷 (Diagnosis)

可利用 ARIMA 模式之計算值與實際值間之殘差是否具有獨立性進行診斷，其方法為求出殘差數列後進一步分析其 ACF 圖，若其 ACF 均在 2 倍標準誤差內，則可判斷該模式為適當的。

3. ARIMA 模式之選取準則

若一組時間數列可以一含有 M 個參數之統計模式擬合，為評估模式擬合之品質可以下列兩判定準則為之：

(1) AIC 準則 (Akaike's information criterion)

$$AIC(M) = n \ln \hat{\sigma}_a^2 + 2M$$

(2) SBC 準則 (Schwartz's Bayesian criterion)

$$SBC(M) = n \ln \hat{\sigma}_a^2 + M \ln n$$

式中

n ：有效之觀測值個數

M ：參數之個數

$\hat{\sigma}_a^2$ ：殘差數列之變異數

一般而言 AIC 較適合評估自我迴歸模式，而 SBC 則屬較通用之評估準則，且模式之 AIC 及 SBC 值愈低表示其擬合品質愈佳。

三、二元交叉相關函數分析

二時間數列間之關係可以二元交叉相關函數 (Cross correlation function, CCF) 判定之。若 $\{X_t\}$ 與 $\{Y_t\}$ 為二組時間數列，其平均值為 μ_x 、 μ_y ，變異數為 σ_x^2 、 σ_y^2 ，則：

1. $\{X_t\}$ 與 $\{Y_t\}$ 數列相隔 k 個時差之自我變異數

$$\begin{aligned} \tau_{xx}(k) &= E[(X_t - \mu_x)(X_{t+k} - \mu_x)] \\ &= E[(X_t - \mu_x)(X_{t-k} - \mu_x)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_{yy}(k) &= E[(Y_t - \mu_y)(Y_{t+k} - \mu_y)] \\ &= E[(Y_t - \mu_y)(Y_{t-k} - \mu_y)] \end{aligned}$$

2. $\{X_t\}$ 與 $\{Y_t\}$ 數列相隔 k 個時差之交叉互變異數

$$\tau_{xy}(k) = E[(X_t - \mu_x)(Y_{t+k} - \mu_y)], \quad k=0, 1, 2, \dots$$

3. $\{X_t\}$ 與 $\{Y_t\}$ 數列相隔 k 個時差之交叉互變異數

$$\tau_{yx}(k) = E[(Y_t - \mu_y)(X_{t+k} - \mu_x)], \quad k=0, 1, 2, \dots$$

一般 $\tau_{xy}(k) \neq \tau_{yx}(k)$ ，乃因

$$\begin{aligned} \tau_{xy}(k) &= E[(X_{t-k} - \mu_x)(Y_t - \mu_y)] \\ &= E[(Y_t - \mu_y)(X_{t-k} - \mu_x)] \\ &= \tau_{yx}(-k) \end{aligned}$$

故僅需定義 $\tau_{xy}(k)$ ， $k=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ 即可，而 $\{\tau_{xy}(k), k=0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$ 稱為二元隨機過程之交叉互變異函數。

4. $\{X_t\}$ 與 $\{Y_t\}$ 數列相隔 k 個時差之交叉相關係數定義

$$\rho_{xy}(k) = \frac{\tau_{xy}(k)}{\sigma_x \sigma_y}, \quad k=0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$\{\rho_{xy}(k), k=0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$ 稱為二元隨機過程之交叉相關函數。

若 $\{X_t\}$ 與 $\{Y_t\}$ ， $t=1, 2, \dots, n$ 兩組時間數列，其相隔時差為 k ，則其樣本之交叉相關係數定義為：

$$S\tau_{xy}(k) = \frac{C_{xy}(k)}{[C_{xx}(0)C_{yy}(0)]^{1/2}}, \quad k=0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

式中

$$C_{xy}(k) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n-k} (X_t - \bar{X})(Y_{t+k} - \bar{Y}),$$

$$k=0, 1, 2, \dots$$

$$C_{xy}(k) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n+k} (Y_t - \bar{Y})(X_{t-k} - \bar{X}),$$

$$k=0, -1, -2, \dots$$

且 $\bar{X}, \bar{Y}$ 為數列 X, Y 之平均值, 又 $S_x = [C_{xx}(0)]^{1/2}$, $S_y = [C_{yy}(0)]^{1/2}$, 故可得下式:

$$Sr_{xy}(k) = \frac{C_{xy}(k)}{S_x S_y}, \quad k=0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

若兩組時間數列相互獨立, 則其交叉相關函數 $\{Sr_{xy}(k), k=0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$ 之期望值為零, 標準誤差為 $1/\sqrt{n}$ 。若 $|Sr_{xy}(k)| > 2/\sqrt{n}$ (2 倍之標準誤差), 則 $\{X_t\}$ 影響 $\{Y_t\}$ 之相隔時差為 k , 即 $\{X_t\}$ 影響 $\{Y_t\}$ 之稽延時差為 k 。今以雨量為 $\{X_t\}$, 地下水位為 $\{Y_t\}$, 若其交叉相關係數於時差 k 時大於 2 倍標準誤差, 則表示雨量數列需稽延 k 個時差後才影響到地下水位之變化。

四、水文資料監測區概況 及分析資料種類

本研究選用臺北市周圍之坡地集水區包括青碧溪集水區、無名溪集水區及松山區集水區等三處之雨量及地下水位資料進行分析, 各集水區之環境概況、土地利用型態及用以分析之資料種類茲列述如下:

1. 青碧溪集水區 (明德水文站)

青碧溪監測站位於至善路明德樂園內, 其集水區為一由北向南傾斜之長條形流域。四周之分水嶺高程在海拔 200~1,000 公尺之間, 面積為 7.63 平方公里, 主流路長 8.06 公里, 平均寬 1.31 公里。平均坡度 41.4%, 本集水區闊葉林覆蓋部分約 44%, 其餘部分則有竹類及草生地, 果樹以柑桔類為多佔 13.2%, 建地部分約佔 5%。

2. 無名溪集水區 (木柵水文站)

本測站位於指南路三段旁之無名溪中, 鄰近政治大學校區, 該地之溪床平均坡度在 12% 之間, 該子集水區內一般均為起伏不大之低丘陵地, 大部份在海拔 20 至 250 m 之間, 地層主要為中新世的沈積岩

與夾雜於其內之凝灰岩。目前因茶葉經濟價值高, 故大部分之農牧地改闢為觀光茶園, 尚未開闢或是無法開闢之地方則為天然闊葉樹或竹林, 約 70% 左右。本集水區集水面積約 6.68 平方公里, 主流長度 4,364 公尺, 平均寬度 1,530 公尺。

3. 松山區集水區 (挹翠水集區)

挹翠監測站位於信義路底往挹翠山莊路邊, 其集水區呈由東南向西北傾斜之矩形流域。四周分水嶺高程在海拔 50 至 250 公尺之間, 面積 34.5 公頃, 主流路長度 742 公尺, 平均縱坡度 21.8%, 平均寬度 408 公尺。本區內約有三分之一為挹翠山莊, 係密集之坡地住宅區。集水區之植生覆蓋主要為闊葉林, 其次為針葉林、草地及竹林, 其植生覆蓋率為 71.2%。

4. 各集水區土地利用型態之比較

三個集水區民國 79、82 及 83 年之土地利用與覆蓋物分佈之狀況分別如圖 1、圖 2 及圖 3 所示。由該等圖中可見建地、馬路等人為開發所佔之面積百分比以松山區集水區為最高, 其次為無名溪集水區, 再次為青碧溪集水區。

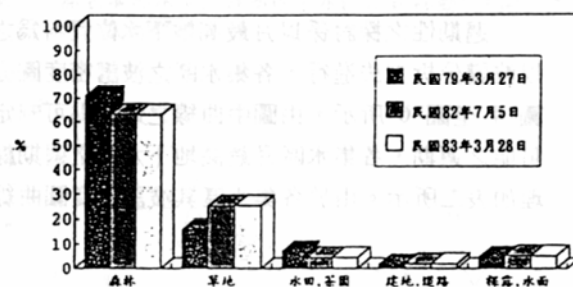


圖 1 青碧溪集水區土地利用比較圖。

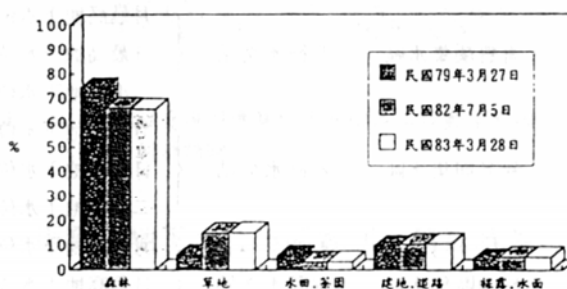


圖 2 無名溪集水區土地利用比較圖。

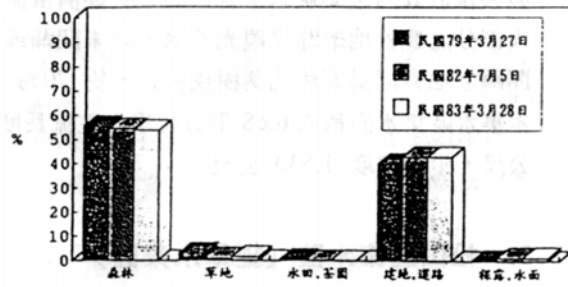


圖 3 松山區集水區土地利用比較圖。

5. 各集水區分析水文資料種類

本研究分析使用之水文資料包括各集水區之日雨量、二小時雨量、月最高地下水位、日最高地下水位及二小時地下水位等，由於各集水區水文站設站之起始時間不同，且因儀器故障等問題造成各站雨量及地下水位並不完全連續，因此本研究選取各站具有連續性記錄資料最長之期段進行分析，故各站用以分析之水文資料之記錄長度及記錄期間並不一致，各集水區水文站用來分析之記錄資料類別、期間及數量詳細如表一所示。

五、分析項目與結果

1. 地下水位之週期性

週期性之探討係以月最高地下水位資料為之，並以波譜分析方法進行，各集水區之波譜密度圖分別如圖 4 至圖 6 所示，由圖中曲線之最高點可判定其最可能之週期，各集水區月最高地下水位之週期綜合整理如表二所示。由於各集水區其波譜密度圖曲線之最

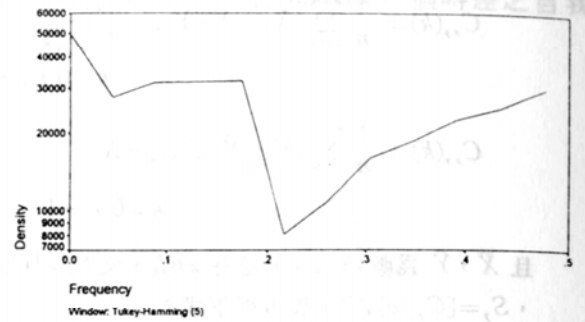


圖 4 青碧溪集水區月最高地下水位波譜密度圖。

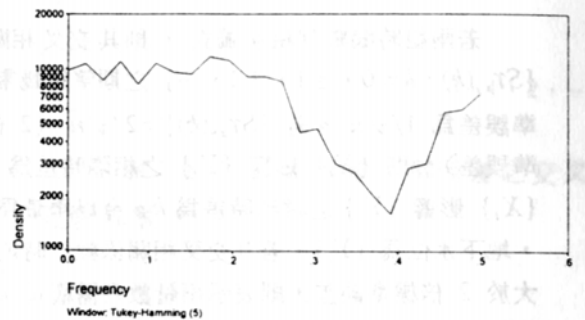


圖 5 無名溪集水區月最高地下水位波譜密度圖。

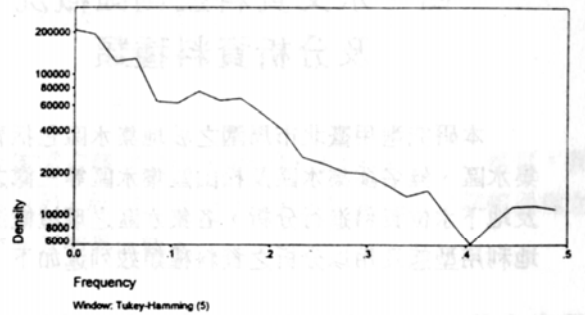


圖 6 松山區集水區月最高地下水位波譜密度圖。

表一 各集水區水文站進行分析之水文資料類別、期間及數量

集水區	水文站	資料別	資 料 期 間	資料數
青碧溪集水區	明德水文站	月最高地下水位	1993 年 7 月~1995 年 5 月	23
		日最高地下水位	1993 年 9 月 1 日~1994 年 9 月 30 日	395
		二小時地下水位	1993 年 9 月 1 日 0:00~1994 年 9 月 30 日 22:00	4,740
無名與集水區	木柵水文站	月最高地下水位	1991 年 8 月~1995 年 5 月	46
		日最高地下水位	1993 年 7 月 1 日~1994 年 3 月 31 日	274
		二小時地下水位	1993 年 7 月 1 日 0:00~1994 年 3 月 31 日 22:00	3,288
松山區集水區	抱翠水文站	月最高地下水位	1991 年 7 月~1995 年 5 月	47
		日最高地下水位	1993 年 8 月 28 日~1993 年 12 月 4 日	99
		二小時地下水位	1993 年 8 月 28 日 12:00~1993 年 12 月 4 日 16:00	1,191

表二 各集水區月最高地下水位之週期性

集水區	資 料 期 間	可能之週期
青 碧 溪	1993 年 7 月~1995 年 5 月	8 個 月
無 名 溪	1991 年 8 月~1995 年 5 月	6 或 9 個 月
松 山 區	1991 年 7 月~1995 年 5 月	8 或 14 個 月

高點並未特別突出, 故由此判定之各集水區可能週期性僅可提供參考, 未來仍須繼續觀測增加記錄點數進行分析以利研判。

2. 地下水位之長期趨勢

長期趨勢亦針對月最高地下水位資料分析之, 係以地下水位及時間進行線性迴歸分析加以研判, 參考表二中各集水區月最高地下水位之最可能週期, 先對青碧溪、無名溪及松山區集水區之月最高地下水位分別求取 8、6 及 14 個月之移動平均值後, 再分別進行線性迴歸, 其線性迴歸式以 $GWT=a+b(\text{time})$ 表示, 若 $b=0$ 表示無長期趨勢, $b>0$ 表示有增加之長期趨勢, $b<0$ 則表示有遞減之長期趨勢, 迴歸方程式之參數值及參數值之 t -test 結果則綜合如表三所示, 各集水區之月最高地下水位五個月之移動平均趨勢及其線性迴歸趨勢則如圖 7 至圖 9 所示。由表三及圖 7 至圖 9 可知青碧溪集水區之長期趨勢為零即無變動, 而無名溪及松山區集水區則有遞減之趨勢, 且松山區集水區之遞減趨勢大於無名溪集水區。然由於青碧溪集水區之資料個數最少, 故雖然在 95% 顯著水準之考驗下其 b 值為零, 後續仍待進一步補充記錄使其資料數與其他集水區相同以便更客觀的分析及比較。

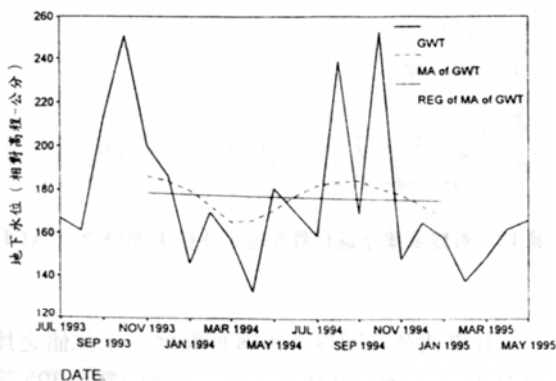


圖 7 青碧溪集水區月最高地下水位及其移動平均線 (8 個月) 與迴歸線。

表三 各集水區月最高地下水位之長期趨勢

集水區	資料數	a 值 t-value p-value	b 值 t-value p-value	95% 顯著 水準下 b=0
青 碧 溪 集 水 區	23	178.757 45.980 0.00	-0.257 -0.601 0.56	Yes
無 名 溪 集 水 區	46	236.359 115.267 0.00	-0.529 -6.074 0.00	No
松 山 區 集 水 區	47	494.701 94.728 0.00	-2.470 -9.271 0.00	No

$$GWT=a+b(\text{time})$$

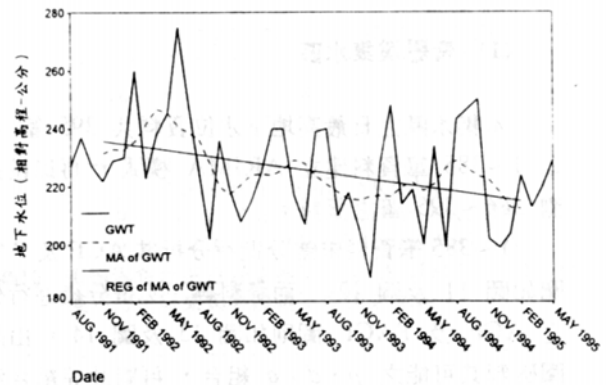


圖 8 無名溪集水區月最高地下水位及其移動平均線 (6 個月) 與迴歸線。

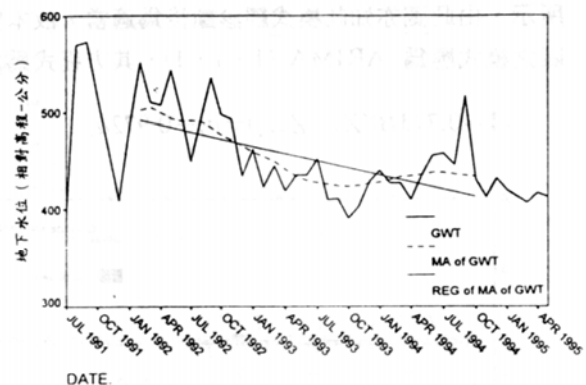


圖 9 松山區集水區月最高地下水位及其移動平均線 (14 個月) 與迴歸線。

3. 雨量與地下水位時間數列之稽延時差

就各集水區之二小時雨量及地下水位記錄資料分別進行二元交叉相關函數分析, 以研判雨量影響地下

下位位之稽延時差，各集水區交叉相關函數圖取青碧溪集水區為例，如圖 10 所示，各集水區在正的稽延數部份之幾個最大正交叉相關係數及其稽延時差則綜合整理如表四所示。由表四可見松山區集水區之稽延時差較清碧溪及無名溪集水區來得大。

4. 地下水位 ARIMA (p, d, q) 模式之建立與預測分析

由於月最高地下水位之資料筆數太少不適合進行 ARIMA 模式之分析，而二小時地下水位資料其 ARIMA 模式之預測期間則較為有限，故本節之分析僅針對各集水區之日最高地下水位資料進行模式建立及預測分析。

(1) 青碧溪集水區

本集水區之日最高地下水位資料共 395 筆，今以 1~385 筆資料建立 ARIMA 模式，再以模式預測 386~395 筆之資料。

1~385 筆資料未差分進行分析其 ACF 及 PACF 圖如圖 11 及圖 12，而資料經一次差分後進行分析之 ACF 及 PACF 圖則如圖 13 及圖 14，由此四圖研判其可能之 p, d, q 組合，再對此等組合進行模式參數之推估，並計算模式之 AIC 及 SBC 值，結果綜合如表五。由表五可知 ARIMA (1, 1, 1) 為最佳之模式，而此模式其殘差值之 ACF 圖如圖 15 所示，由此圖亦知此模式經診斷後為適當，故本集水區之模式應為 ARIMA (1, 1, 1)，其方程式為：

$$(1 - 0.773B)(Z_t - Z_{t-1}) = a_t - 0.972a_{t-1}$$

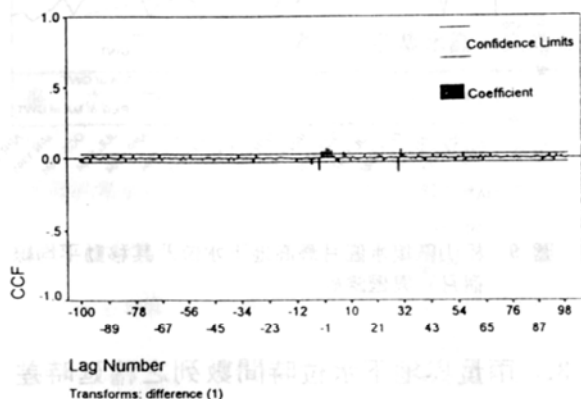


圖10 青碧溪集水區二小時雨量及地下水位交叉相關函數圖。

表四 各集水區二小時雨量及地下水位之稽延時差及其交叉相關係數

集水區	觀測時間	稽延時差 (hr)	交叉相關係數
青碧溪	1993年9月1日0:00~ 1994年9月30日22:00	2	0.065
		62	0.059
		4	0.052
		14	0.040
無名溪	1993年7月1日0:00~ 1994年3月31日22:00	2	0.114
		18	0.066
		22	0.066
松山區	1993年8月28日12:00~ 1993年12月4日16:00	34	0.141
		126	0.079
		168	0.072

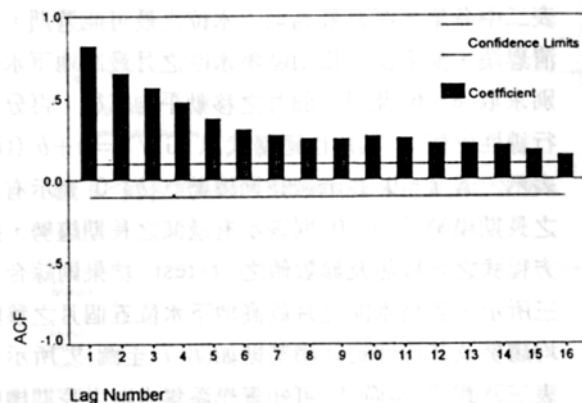


圖11 青碧溪集水區日最高地下水位未差分之 ACF 圖。

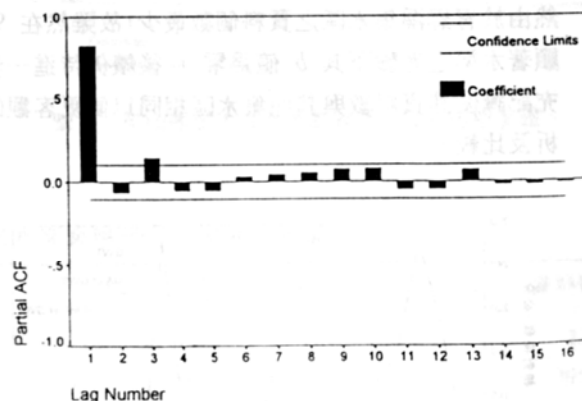


圖12 青碧溪集水區日最高地下水位未差分之 PACF 圖。

此模式分析所得之值與實際地下水位值之比較如圖 16 所示，而由此建立之模式預測 386~395 筆共十天之地下水位結果則如圖 17 所示，由圖中可見實際發生之地下水位均在 95% 信賴區間之預測範圍內。

表五 青礮溪集水區日最高地下水位不同 p, d, q 組合分析 ARIMA 模式結果

p, d, q	Constant	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	θ_1	θ_2	AIC	SBC
1, 1, 1	—	0.773* (0.0406)	—	—	0.972* (0.0163)	—	3,238	3,246
2, 1, 2	—	0.312 (0.280)	0.301 (0.231)	—	0.415 (0.262)	0.534* (0.257)	3,235	3,251

註：() 內為參數之標準誤差，* 表示參數之 t -value 達 95% 之顯著水準。

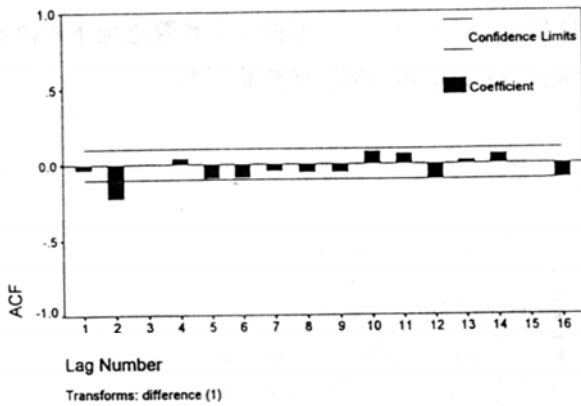


圖13 青礮溪集水區日最高地下水位一次差分後之 ACF 圖。

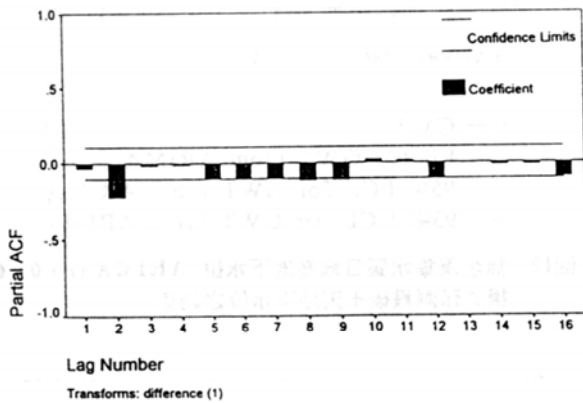


圖14 青礮溪集水區日最高地下水位一次差分後之 PACF 圖。

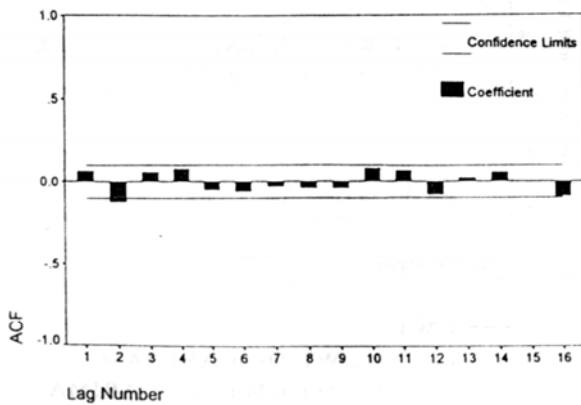


圖15 青礮溪集水區日最高地下水位 ARIMA (1, 1, 1) 模式殘差之 ACF 圖。

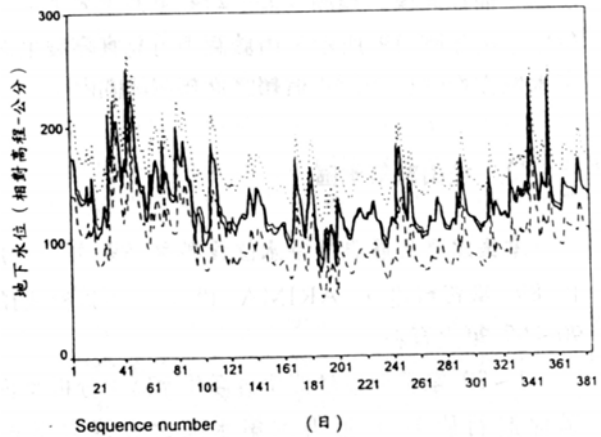


圖16 青礮溪集水區日最高地下水位 ARIMA (1, 1, 1) 模式分析結果與實際地下水位之比較。

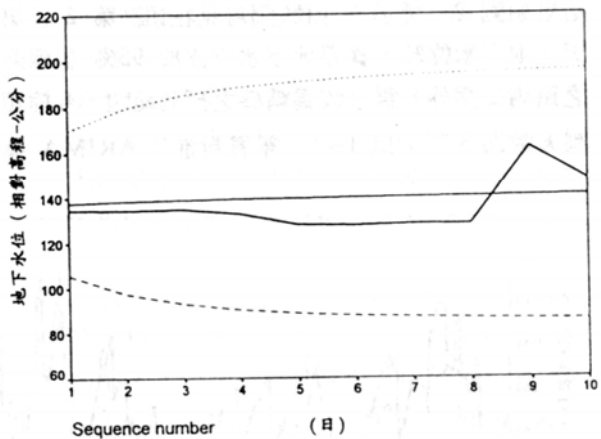


圖17 青礮溪集水區日最高地下水位 ARIMA (1, 1, 1) 模式預測最後十天地下水位之結果。

(2) 無名溪集水區

本集水區日最高地下水位資料共 274 筆，今以 1~264 筆資料建立 ARIMA 模式，再以模式預測 265~274 筆之資料。

1~264 筆資料以類似青碧溪集水區之分析及診斷過程進行研判，可得本集水區之最適當模式為 ARIMA (1, 0, 0) 方程式為：

$$(1-0.879B)Z_t = 193.974 + a_t$$

此模式分析結果與實際地下水位之比較如圖 18 所示，而以此模式預測 265~274 筆共十天地下水位結果則如圖 19 所示，由該圖可見實際發生之地下水位亦均位於 95% 信賴區之預測範圍內。

(3) 松山區集水區

本集水區日最高地下水位資料共 99 筆，今以 1~89 筆資料建立 ARIMA 模式，再以模式預測 90~99 筆之資料。

1~89 筆資料以類似青碧溪集水區之分析及診斷過程進行研判，可得本集水區之最適當模式為 ARIMA (0, 1, 0) 屬於隨機漫步模式 (Random walk model)，其方程式以期望值表示為：

$$Z_t - Z_{t-1} = -0.0227 + a_t$$

由此模式預測 90~99 筆資料共十天之地下水位結果如圖 20 所示，由該圖可見在預測第 2 及第 3 天之地下水位時，實際地下水位位於 95% 信賴區間之預測範圍外。為求較為精確之預測範圍，今縮短預測天數為 5 天，以 1~94 筆資料進行 ARIMA 模式

之建立，可得集水區之模式亦以 ARIMA (0, 1, 0) 為最適當，其方程式為：

$$Z_t - Z_{t-1} = 0.0215 + a_t$$

此模式分析結果與實際地下水位之比較如圖 21 所示，由此模式預測 95~99 筆共 5 天之地下水位結果如圖 22 所示，由該圖可見實際之地下水位均可落在 95% 信賴區間之預測範圍內。

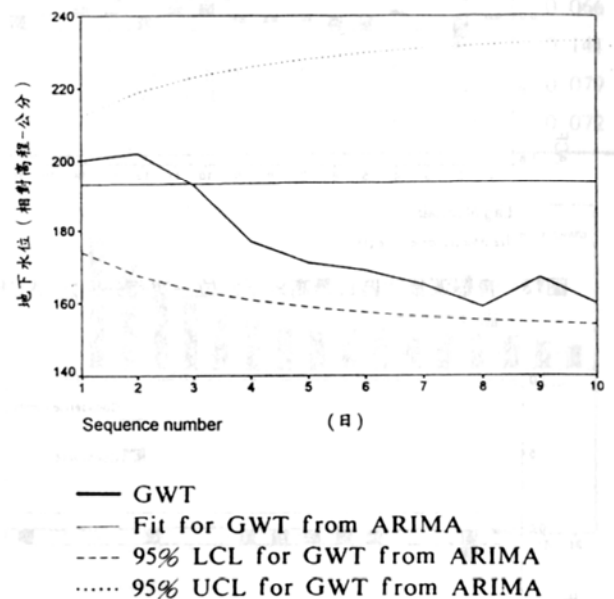


圖19 無名溪集水區日最高地下水位 ARIMA (1, 0, 0) 模式預測最後十天地下水位之結果。

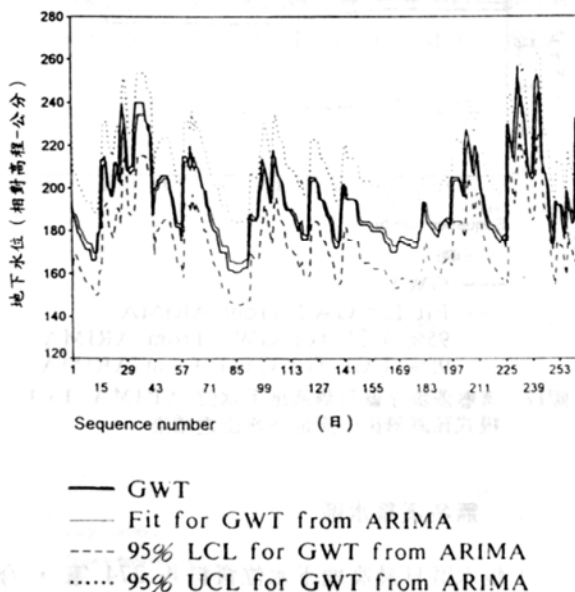


圖18 無名溪集水區日最高地下水位 ARIMA (1, 0, 0) 模式分析結果與實際地下水位之比較。

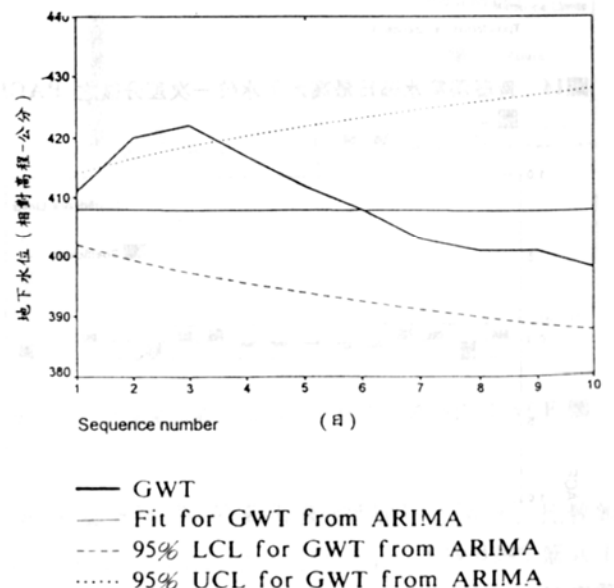


圖20 松山區集水區日最高地下水位 ARIMA (0, 1, 0) 模式預測最後十天地下水位之結果。

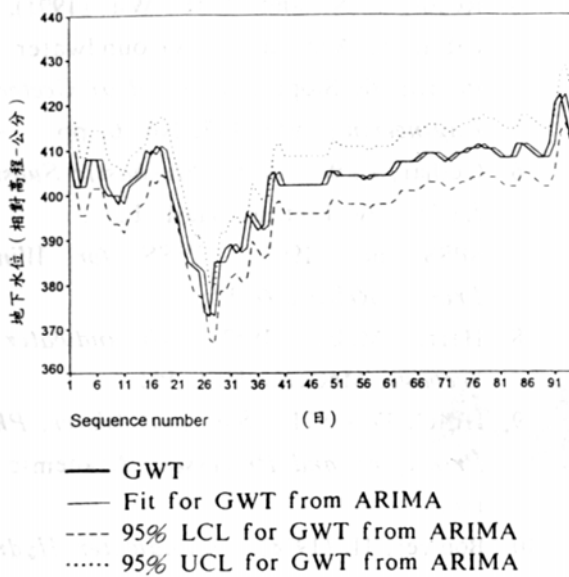


圖21 松山區集水區日最高地下水位 ARIMA (0, 1, 0) 模式分析結果與實際地下水位之比較。

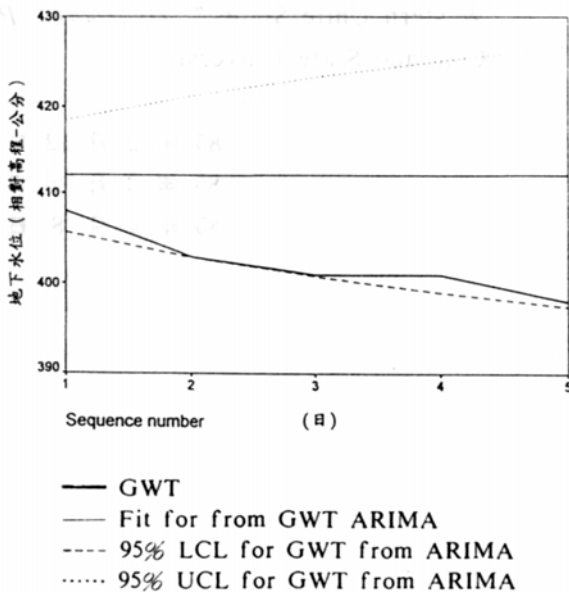


圖22 松山區集水區日最高地下水位 ARIMA (0, 1, 0) 模式預測最後五天下水位之結果。

六、結論與建議

- (1) 三個集水區月最高地下水位之週期性經波譜密度分析顯示，青礮溪集水區之可能週期為個 8 月，無名溪集水區之可能週期為 6 或 9 個月，松山區集水區之可能週期為 8 或 14 個月。然由於資料數仍太少，故宜陸續補充地下水位資料，以增加其週期研判之顯著性與正確性。

- (2) 三個集水區之土地利用情形，其建地、馬路等部份所佔之面積百分比，經由民國 79 年 3 月、82 年 7 月及 83 年 3 月之影像資料分析研判結果，均顯示無名溪集水區略大於青礮溪集水區，而松山區集水區則遠大於前述二個集水區。
- (3) 三個集水區月最高地下水位之長期趨勢經移動平均及線性迴歸式進行研判，其中青礮溪集水區無長期趨勢，無名溪及松山區呈遞減之長期趨勢，而松山區之遞減率又大於無名溪者，故可知集水區之建地、馬路等開發面積比率愈大則產生月最高地下水位降低之長期趨勢量愈大。惟青礮溪集水區之資料數太少，雖在 95% 顯著水準考驗下無長期趨勢，後續仍待進一步補充資料加以研判。
- (4) 三個集水區雨量影響地下水位之稽延時差，亦以青礮溪及無名溪兩集水區之值較為接近，而松山區集水區之稽延時差則遠較上述二集水區為長，此結果顯示建地、馬路等開發面積比率較大之集水區，其降雨後經由直接入滲，此一可較快速補注提升地下水位之路徑，進入地下水之量明顯較少，故造成降雨補注影響地下水位之稽延時差較長。惟表四中分析所得各稽延時差之交叉相關係數均屬不高，上述之判斷僅能視為初步現象，仍待後續更多明確之觀測資料進行研判。
- (5) 三個集水區日最高地下水位時間數列 ARIMA (p, d, q) 模式之建立，經分析結果研判青礮溪集水區以 ARIMA (1, 1, 1) 模式較為適當，無名溪集水區以 ARIMA (1, 0, 0) 模式較為適當，松山區集水區以 ARIMA (0, 1, 0) 模式為適當。
- (6) 三個集水區以前述 (5) 之模式進行日最高地下水位之預測，青礮溪集水區及無名溪集水區對十日內地下水位之預測其實際水位值均在其 ARIMA (p, d, q) 模式預測之 95% 信賴區間範圍內；松山區集水區則對五日內地下水位進行預測，其實際水位值皆可落在其 ARIMA (p, d, q) 模式預測之 95% 信賴區間範圍內。由上可知以 ARIMA (p, d, q) 模式分析及預測地下水位值，其對短期間內之預測分析應屬可行，且預測之期間愈短其預測準確度愈高。
- (7) 本研究使用之 ARIMA 模式僅以時間為單一之變數，進行地下水位變化之分析，後續之工作宜加入其他影響地下水位之因素，如雨量、前期降雨量及土層之入滲能力等，進行多變量之序率式時間序列分析，以提高模式之預測準確性。

- (8) 本研究對三個集水區 ARIMA 模式之分析，均僅應用前期資料建立模式後，再對最後十筆或五筆資料進行預測，其工作重點為以實測資料進行初步驗證 ARIMA 模式是否可行，未來宜併入雨量等其他影響參數，建立多變量之 ARIMA 模式，並變化預測期間之期距，研判各集水區 ARIMA 模式之確實預測能力，作為進一步之應用。

參考文獻

1. 林茂文 (1992)，「時間數列分析與預測」，華泰書局。
2. 何智武、蘇苗彬 (1994)，「臺北市山坡地水文環境監測站設置計畫 (第四期)」，pp. 48~57。
3. 國立中興大學水土保持學研究所、土木工程學研究所 (1995)，「臺北市山坡地水文環境監測資料彙編」，pp. C-1~D-37。
4. 李尤才 (1994)，「時間序列分析方法在礦山巷道圍岩穩定性分類中的應用」，中國青年學者岩土工程力學及其應用討論會論文集，pp. 396~401。
5. Reddi, L. N. and T. H. Wu (1991), "Probabilistic Analysis of Groundwater Levels in Hillside Slopes," *Journal of Geotechnical Engineering*, Vol. 117, No. 6, pp. ~.
6. Gelhar, L. W. (1993), *Stochastic Subsurface Hydrology*, Prentice-Hall, Inc..
7. SPSS Inc. (1993), *SPSS for Windows: Trends, Release 6.0*.
8. Harr, M. E. (1962), *Groundwater and Seepage*, McGraw-Hill, Inc..
9. Hillel, D. (1971), *Soil and Water, Physical Principles and Processes*, Academic Press, Inc..
10. Bouwer, H. (1978), *Groundwater Hydrology*, McGraw-Hill, Inc..
11. Law, A. C. (1974), "Stochastic Analysis of Groundwater Level Time Series in the Western United States," *Hydrology Papers*, Colorado State University.

85 年 2 月 12 日 收稿

85 年 3 月 20 日 修正

85 年 4 月 8 日 接受