

應用不同垂直變動分析法之監測網成果比較分析研究

A Study of Comparison and Analysis of Results from Several Vertical Movement Methods to a Subsidence Monitoring Network

高書屏¹ 陳昭男² 李茂青³
Szu-Pyng Kao Chao-Nan Chen Mao-Ching Lee

摘 要

垂直沉陷監測之首要目的在找出變動點，後續才能正確探究其影響變動產生之原因，進而針對該等原因有效改善之。目前垂直沉陷監測大都還是以精密水準測量為主要作業方法，通常採用多次重複水準測量的整體擬穩平差模式來求解不同時期各點之變形量。

本研究以南部某大型工程廠區為實驗區，探討採用三種不同垂直變動分析法所解算之成果進行分析比較，期能比較各種模式挑出變動點方法之特性為方向。本研究分別採用固定基準平差模式、自由高程基準平差模式及擬穩平差模式，計算出高程變化量，再分別進行統計循環測試檢驗、單點位移顯著性檢驗及穩健估計法(IGG-I法)找出變動點進行比較研究，期能快速有效的區分出變動點與穩定點，以供探討變動原因作為重大工程部分維修或補強之依據。

關鍵詞：變動點、固定高程基準、自由高程基準

ABSTRACT

The key to vertical subsidence monitoring is to find the variation point, so that the causes of variation could be identified and improved. At present, the vertical subsidence monitoring uses precise level survey as the main operating method, and the overall quasi-stable adjustment mode of repeated level surveys is used to solve the variations of all points at different times.

This study used a large-scale plant in southern Taiwan as the experimental area to discuss the resolution results of different vertical variation analyses, in order to identify the characteristic of variation point method by comparing different modes. This study adopted the fixed vertical datum adjustment method, free vertical datum Computation Method and quasi-stable adjustment to figure out the elevation variations. It also conducted statistic loop test, single-point displacement significance test, and solidity estimation method (IGG-I) to find the variation point, in order to distinguish the variation

¹ 國立中興大學土木工程學系副教授

² 國立中興大學土木工程學系博士生

³ 國立中興大學土木工程學系博士生

point and stable point quickly and effectively. The results can be used as reference to the servicing or reinforcement of large-scale projects.

Keywords: variation point , fixed vertical datum , free vertical datum

一、前言

本研究以臺灣南部某大型工程廠區為測試區，探討以三種不同垂直變動分析法解算成果並分析比較，期能比較此三種模式挑出變動點方法之特性為方向，從而推求出較簡易且精確的水準測量監測方式，快速有效判斷出變動點與穩定點，然後才可藉以探討出正確的變動原因，以作為重大工程部分維修或補強之依據。

垂直沉陷監測之首要目的在找出變動點，後續才能正確探究其影響變動產生之原因，進而針對該等原因改善之。目前垂直沉陷監測還是以精密一等水準測量為主要作業方法(甯方璽等, 1996), 通常採用多次重複水準測量的整體擬穩平差模式(陶本藻, 1982) 來求解不同時期各點之變形量, 但該法理論及計算上都不簡單, 因為如果在進行次一期觀測時, 原先之不動點或穩定點遭變動, 則前期必須重新建立參考系而另行平差, 以能在共同基準上相比較。(高書屏等, 2000、許榮欣, 1995)

一般垂直變動監測作業中常被採用的平差方法有固定基準平差、擬穩基準平差、自由高程基準平差、較差動態平差及複測網動態平差等(向澤君等, 2007、胡先民, 2007、陳永奇等, 1995、錢稼翰, 2000、余學祥等, 1995、張海華等, 1996及李浩軍等, 2006)。本研究採用固定基準平差模式、自由高程基準平差模式及擬穩平差模式等三種不同的垂直變動分析法, 計算出高程變化量, 再分別以總體位移顯著性檢驗(採循環剔除最大變化量直到測試通過)及單點位移顯著性檢驗進行統計測試分析, 並與穩健估計法(IGG 估計法-簡稱 IGG-I 法, IGG 英文縮寫為 Institute of Geodesy and Geophysics, 亦是中國科學院測量與地球物理研究所的簡稱)就找出變動點之能力作比較, 分析比較以上三種方法求出變動點之良窳, 希望朝研究出較為簡易且準確的求出變動點方式為目標。

本研究以南部某大型工程廠區為研究測試區, 研究流程如圖 1 所示。

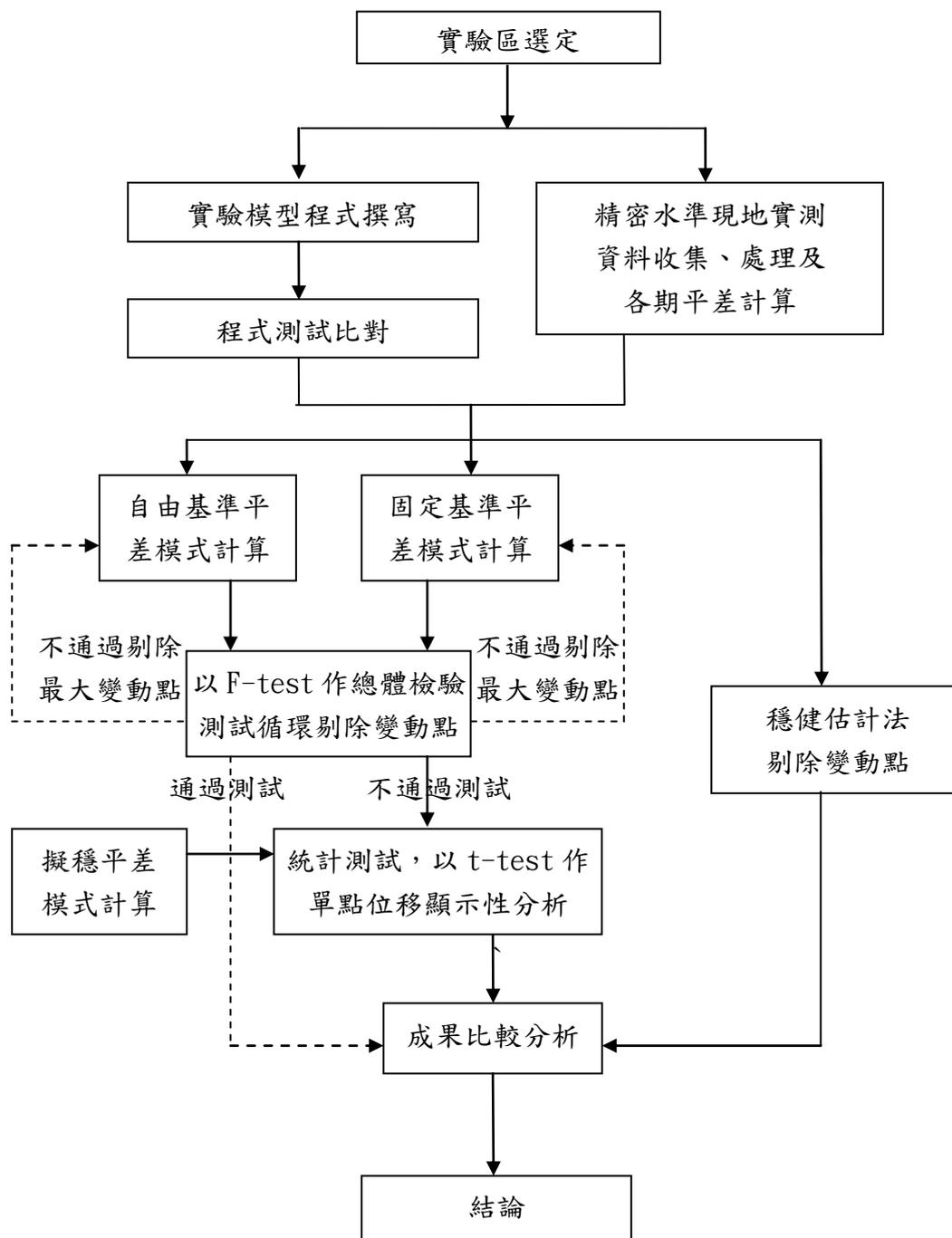


圖 1 研究流程圖

二、理論基礎

本節針對本研究採用之各種模式處理方法及統計檢驗之理論基礎概略分述如下：

2.1 平差模式

介紹本研究中使用的三種平差模式如后：

2.1.1 固定基準平差模式之模式處理

水準網平差方程式為

$$V_{n \times 1} = A_{n \times m} X_{m \times 1} - L_{n \times 1} \dots \dots \dots (1)$$

式中

V 為改正數

A 為設計矩陣

X 為改正未知數

L 為觀測量

n 為觀測數量

m 為水準點（沉陷點）數量

在實際沉陷監測網計算部分，係採遠離監測之一點（或多點）為固定不動的基準，以距離之倒數為權，作傳統平差，將平差後的監測點成果對共同固定的高程基準相減，得到相對應於同固定之高程基準的高程差值，則為此週期內的位移量，再作點位穩定測試等後續事宜。（陶本藻，1982）

2.1.2 擬穩基準平差模式之模式處理

在對垂直變動監測網不同時期的觀測期間，可能發生部分點位遺失、增設等現象，（許榮欣，1997）如果前後期固定點或共同點不變，雖然兩期的網形不同，但兩期仍具有共同基準，故不影響監測點位位移量的平差計算。

但如果前後兩期的固定點或穩定點遭破壞時，則前期必須重新建立參考基準（按兩期未被破壞的穩定點網的重新率定之），而重新實施平差。俾利前後兩期立足於共同參考基準，方可正確的探討前後兩期共同點位之變化量。（高書屏，2000）

為避免上述的情事發生，則擬穩基準平差誤差方程式通常以矩陣形式表示為：（陶本藻，1982）

$$\begin{bmatrix} V_I \\ V_{II} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_z & A_I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{II} & A_Y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_z \\ \delta_x' \\ \delta_x'' \\ \delta_y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} L_I \\ L_{II} \end{bmatrix} \dots \dots \dots (2)$$

權矩陣

$$P = \begin{bmatrix} P_I & 0 \\ 0 & P_{II} \end{bmatrix} \dots \dots \dots (3)$$

上述公式 (2) 中 V_I 、 V_{II} 為改正數

A_Z 、 A_I 、 A_{II} 、 A_Y 為設計矩陣

δ'_x 、 δ''_x 為兩期網中共同點未知數

δ_z 為丟失點未知數

δ_y 為新增點未知數

L_I, L_{II} 為兩期網之觀測量

下標的 I 、 II 分別代表第一及第二時期， Z 表丟失點， Y 表新增點。將公式 (2) 組成法方程式為

$$\begin{bmatrix} A_Z^T P_I A_Z & A_Z^T P_I A_I & 0 & 0 \\ A_I^T P_I A_Z & A_I^T P_I A_I & & \\ 0 & 0 & A_{II}^T P_{II} A_{II} & A_{II}^T P_{II} A_Y \\ 0 & 0 & A_Y^T P_{II} A_{II} & A_Y^T P_{II} A_Y \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \delta_z \\ \delta'_x \\ \delta''_x \\ \delta_y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} A_Z^T P_I L_I \\ A_I^T P_I L_I \\ A_{II}^T P_{II} L_{II} \\ A_Y^T P_{II} L_{II} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \dots (4)$$

則上述公式 (4) 可拆成下列公式 (5) 與 (6) 兩式：

$$\begin{bmatrix} A_Z^T P_I A_Z & A_Z^T P_I A_I \\ A_I^T P_I A_Z & A_I^T P_I A_I \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \delta_z \\ \delta'_x \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} A_Z^T P_I L_I \\ A_I^T P_I L_I \end{bmatrix} = 0 \dots \dots \dots (5)$$

$$\begin{bmatrix} A_Y^T P_{II} A_Y & A_Y^T P_{II} A_{II} \\ A_{II}^T P_{II} A_Y & A_{II}^T P_{II} A_{II} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \delta_y \\ \delta''_x \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} A_Y^T P_{II} L_{II} \\ A_{II}^T P_{II} L_{II} \end{bmatrix} = 0 \dots \dots \dots (6)$$

再經一次約化消去 δ_z 及 δ_y ，可得兩期網中共同點未知數最或是值 δ'_x 及 δ''_x 。則 I 、 II 兩期的共同點變形量 (在相同參考基準下) 為：

$$\Delta X_{II-I} = \delta''_x - \delta'_x \dots \dots \dots (7)$$

由上述求解中可知其除了須利用矩陣法求解外，如果其兩期間共同參考基準網部分變動，則須重新率定穩定區後再重新平差計算，因此會增加許多的運算時間。

除上述計算模式外，以兩期間共同參考基準網來作擬穩平差計算以求得共同點變動量的觀念，亦可發展出下面的計算模式：即利用固定的高程基準平差所得結果將基準以相似轉換 (或坐標轉換) 方式，將基準轉換到兩期監測網共同點的重心基準，將兩期平差後的共同點高程相減得高程差量，再對重心基準作點位穩定檢驗，將位移顯著點逐次從重心中剔除，循環求解，直到穩定重心中所有點位穩定。然在求穩定重心的循環求解過程中，亦完成監測點位變動 (位移顯著) 檢驗。

2.1.3 自由高程基準平差模式之模式處理

將固定的高程基準平差成果中，選出兩期的共同點，經自由高程計算出兩期

監測網的自由高程基準，再將共同點固定基準平差後高程，轉換到兩期相對虛擬共同高程基準後，將兩期共同點高程差量作後續點位位移顯著分析求出變動點。

其作法概述如下：(高書屏，2000)

1. 選出兩期的共同點：就不同時期之水準點網形平差成果篩選出兩期的共同點相互進行比較。
2. 計算各期共同點高程平均值 Z_i (i 表時期，則各期共同點平均高程相當於個別網共同點擬穩重心)。

3. 計算出兩期間虛擬共同基準 \bar{Z}_i (可視為兩期間共同點網形的擬穩重心)。

4. 即 $\bar{Z}_{12} = \frac{Z_1 + Z_2}{2}, \bar{Z}_{23} = \frac{Z_2 + Z_3}{2}, \bar{Z}_{31} = \frac{Z_3 + Z_1}{2} \dots\dots\dots (8)$

5. 求出各期平均值 Z_i 與兩期間虛擬共同基準 \bar{Z}_i 之差異量 ΔZ_i (可視為將各期基準化算到兩期間共同虛擬基準之差異量)。

6. 即 $\Delta Z_i = Z_i - \bar{Z}_i, i = 1, 2, 3 \dots\dots\dots (9)$

7. 將各時期各點高程 H_{ij} 減去差異量 ΔZ_i ，即可視為將各期各點高程改算(以兩期間共同虛擬基準為參考系)後之高程值，得改算後高程 \bar{H}_{ij} 。

8. 即 $\bar{H}_{ij} = H_{ij} - \Delta Z_i, j = 1, 2, 3 \dots n \dots\dots\dots (10)$

9. 計算共同點高程變動量：經過前述 1~5 步驟後，此時各時期水準點高程皆相對於同一虛擬高程基準，則可求取不同時期相同點位間的高程變化值。

10. 其中誤差則由誤差傳播推導如下：(陶本藻，1982)

$$\sigma_{Z_i}^2 = \frac{\sum_{j=1}^n \sigma_{H_{ij}}^2 + 2 \sum_{j=1}^n \sigma_{H_{ij}H_{i(j-1)}}}{n^2} \dots\dots\dots (11)$$

$$\sigma_{\Delta Z_i}^2 = \frac{\sigma_{Z_i}^2 + \sigma_{Z_i'}^2}{4} \dots\dots\dots (12)$$

$$\sigma_{\bar{H}_{ij}}^2 = \sigma_{H_{ij}}^2 + \sigma_{\Delta Z_i}^2 \dots\dots\dots (13)$$

$$\sigma_{\Delta \bar{H}_{ij}}^2 = \sigma_{\bar{H}_{ij}}^2 + \sigma_{\bar{H}_{ij}'}^2 = \sigma_{H_{ij}}^2 + \sigma_{H_{ij}'}^2 + 2\sigma_{\Delta Z_i}^2 \dots\dots\dots (14)$$

Z_i, Z'_i 表示不同時期的兩個網的共同點個別平均值。

H_{ij}, H'_{ij} 表示不同時期的兩個網中未改正前的共同點。

$\bar{H}_{ij}, \bar{H}'_{ij}$ 表示不同時期的兩個網中改正後的共同點。

$$\Delta \bar{H}_{ij} = \bar{H}'_{ij} - \bar{H}_{ij}$$

11. 其單位權中誤差則採兩期綜合估計：(陶本藻，1982)

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^n (V^T P V)_j}{\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^n f_j}} \dots \dots \dots (15)$$

式中 V 表改正數；P 表權；f 表自由度。

2.2 檢驗模式

即進行穩定性分析。為監測建築物沈陷而設置的水準點，通常力求它們能保持穩定不動，即使不能全部穩定不動，至少應有一點為固定者，以作為平差計算的依據，但由於測區基地之膨脹，收縮及沉陷，將使所設置的水準點難以保持穩定不動。因而在這樣的地區進行的水準測量就不能主觀地以某一點為固定的起始點，而應根據重複觀測的結果進行分析，選出一個相對來說比較穩定的水準點作為起算點。

水準點穩定性分析，分為有固定的起始點和沒有固定的起始點兩種情形。

1. 沒有固定的起始點（例如自由網形式）

首次水準點網平差時，仍按一般水準網平差方式，假定一點之高程為固定求得各水準點之高程，但以後各次沉陷觀測計算時，因沒有固定點，所以不能再以一般平差方法加以處理了，必須應用一般逆陣理論或作某些合理的假設，才可解算平差時所涉及的數學問題。

2. 有固定起始點的情形（例如固定基準平差形式）

每次觀測都可依一般的水準點網平差方法求得各水準點的高程，並據以進行高程值變化的對比，另外，更須利用統計檢定的方法來判斷重複觀測中所得的水準點高程的變化量是由於沉陷所致還是由於觀測誤差所引起。

以下（2.5~2.7節）介紹本研究中使用的三種檢驗模式。

2.2.1 整體位移顯著性檢驗

以統計學中的 F 檢驗法對共同點兩期坐標差作整體位移顯著性檢驗，如果判斷為『顯著』，則代表兩期坐標差以整體而言存在差異，第二期相對第一期之網形有變動。(陶本藻，2000)

$$F = \frac{m^2}{s^2} \sim F(f_0, f_1 + f_2) \dots \dots \dots (16)$$

若在顯著水準 α 下，若

$$F < F(\alpha, f_0, f_1 + f_2) \dots \dots \dots (17)$$

則表示此網的整體檢驗不顯著，一般可認為各點位移也不顯著（陶本藻，2000），則表示兩期共同點位穩定，無明顯差異。

上式中

m ：係兩期測點的高程較差計算所得的單位權中誤差。

S ：係兩期觀測時單位權中誤差的加權平均值。

f_0 ：可視為穩定點數

f_1 與 f_2 ：分別為兩期的自由度

通常穩定點的測試方法係利用上兩式，逐漸剔除最大位移點（成為變動點）後，循環測試，直到通過檢驗測試為止。剩餘點位為此期間內穩定點，但剔出點則極可能為變動點，亦有可能是因人為誤差所致，因此需再對疑問段作重複觀測以排除人為誤差。

2.2.2 單點位移顯著性檢驗

以 t 檢驗法進行單點位移顯著性測試，簡述以下：

一、 假設 $H_0 : \xi_{\Delta X} = \xi_2 - \xi_1 = 0 \dots \dots \dots (18)$

其意思是，檢驗的原假設 H_0 是 $\xi_2 = \xi_1$ ，即共同點坐標理論值兩期相同（兩期觀測量均為常態分布，測量精度相同），自然無位移存在（位移不顯著）；但如果拒絕原假設 H_0 ，則認為位移顯著之概率大。

二、 設兩期的共同點為 X_1 及 X_2 ，相對應的方差為 $\sigma_0^2 Q_{11}$ 及 $\sigma_0^2 Q_{22}$

$$\sigma_0^2 = \frac{f_1 \sigma_1^2 + f_2 \sigma_2^2}{f_1 + f_2} \dots \dots \dots (19)$$

$$t = \frac{\Delta X}{\sigma_0 \sqrt{Q_{11} + Q_{22}}} = \frac{\Delta X}{m_{\Delta X}} \dots \dots \dots (20)$$

σ_1 及 σ_2 ：表兩期之單位權中誤差

Q_{11} 及 Q_{22} ：表兩期之權係數矩陣

f_1 及 f_2 ：表兩期之自由度

ΔX ：兩期共同點的坐標差值

$m_{\Delta X} = \sigma_0 \sqrt{Q_{11} + Q_{22}}$ ：為共同點的坐標差的中誤差

三、 因位移量的區間估計值是由給定的置信概率 $1 - \alpha$ 所確定的（具有概率意義），故當

\Rightarrow 選定顯著水平 α （置信概率），查 t 分布表得 $t_{(\alpha/2, f)}$

（自由度 $f = f_1 + f_2$ ），如果

$\Rightarrow |t| > t_{(\alpha/2, f)} \dots \dots \dots (21)$

則拒絕 H_0 假設，位移顯著的概率大，反之

$$|t| < t_{(\alpha/2, f)} \dots \dots \dots (22)$$

則接受 H_0 假設，認為幾乎無位移。

作上述檢檢驗時必須兩期的測量精度相同（即其母體單位權平方差要一致）。但兩期的坐標差並不一定反映坐標位移，也有可能是隨機或其它誤差所致。（陶本藻，2000）

2.2.3 穩健估計法（Robust Estimation）-IGG-I 法

穩健估計法（IGG-I 法）—前人之研究大都將其運用於粗差探測上（牛國軍等，2005 年），而本研究係利用它具有穩定且良好的統計檢驗測試能力，將其利用於垂直變動監測點之位移顯著性檢驗上。該法之理論是由統計理論基礎上發展而出，一般用來探測出一組穩定數據中變異量（如粗差等），又因以往研究大都將其運用於探測粗差上，故穩健估計法又稱抗差估計法（陶本藻，2000），其法可使未知參數估值（可視為本研究中之穩定區）儘可能避免粗差（可視為本研究中之變動點）影響，所求得未知參數估值（穩定區）與正常模式下估值相同或相接近，並探測出粗差（變動點），以往所採用的最小二乘法其實是穩健估計法的一種特例。

該法屬於統計學中，所稱「最大概似法」(Maximum Likelihood Method)，亦稱 M 估計範疇，其不同在於權函數內涵不同，傳統最小自乘估計法的權為先驗權，而將 IGG-I 法運用點位移顯著性檢驗之方式敘述如下：原 IGG-I 法前人之研究大都以粗差（ v ）為主，故權為殘差的函數，以殘差為選權迭代之依據。發現其與 t 檢驗法進行位移點顯著性測試之假設理論 H_0 （ $\xi_{ax} = \xi_2 - \xi_1$ ，與在誤差理論中 v ）類似，即兩期的單位權方差要一致，並且呈現同一種標準化常態分布曲線。

以 IGG-I 法進行兩期之共同點位移顯著性檢驗運用時，權為兩期共同點之位移差的函數，即改以兩期之位移差（ ΔX ）為選權迭代之依據。

則按 IGG-I 法選權依據 $\bar{w}_i = w_i \cdot w(\Delta X)$ ，其點位移顯著性檢驗方程式如下：

$$\bar{w} = \begin{cases} w_i & , |\Delta X| \leq k_0 \hat{\sigma} \\ \frac{k_0 \hat{\sigma}}{|\Delta X|} \cdot w_i & , k_0 \hat{\sigma} < |\Delta X| \leq k_1 \hat{\sigma} \dots \dots \dots (23) \\ 0 & , |\Delta X| > k_1 \hat{\sigma} \end{cases}$$

上式中 k_0 為分位點，一般取 $k_0=1.5$ ； k_1 為淘汰點，一般取 $k_1=2.5$

三、實驗區與模擬區測量作業

目前針對重大工程的沉陷測量監測作業仍採一等精密水準測量為主，其方法為在待監測區周圍佈設固定的高程（沉陷）監測點位，構成沉陷監測水準網，施以長期且定期的精密水準監視測量作業，逐年比對歷年監測結果，以分析高程差異，提

供結構體沉陷或變形之分析研判，作為重大工程安全性評估，以確結構體在安全無慮的環境下正常運轉，並可瞭解地震等因素是否對重大工程造成危害。

3.1 實驗區

本研究係自 2006 年起至 2008 年止，以臺灣南部某大型工程廠區為實驗區（如圖 2），實驗區外圍選定內政部已知水準點為為起算基準，沉陷樁固定於實驗區中某大型工程結構體上，採一等精密水準測量連續實施三年沉陷樁監測，以直接水準測量獲取固定沉陷樁位之高程，實施不同的平差方法（固定基準平差模式、自由高程基準平差模式及擬穩平差模式），及三種統計測試（分別以總體位移顯著性檢驗[循環剔除最大變化量直到測試通過]，及單點位移顯著性檢驗進行統計測試分析，並與穩健估計法）檢驗，就找出變動點之能力作比較，分析比較以上方法求出變動點之良窳。

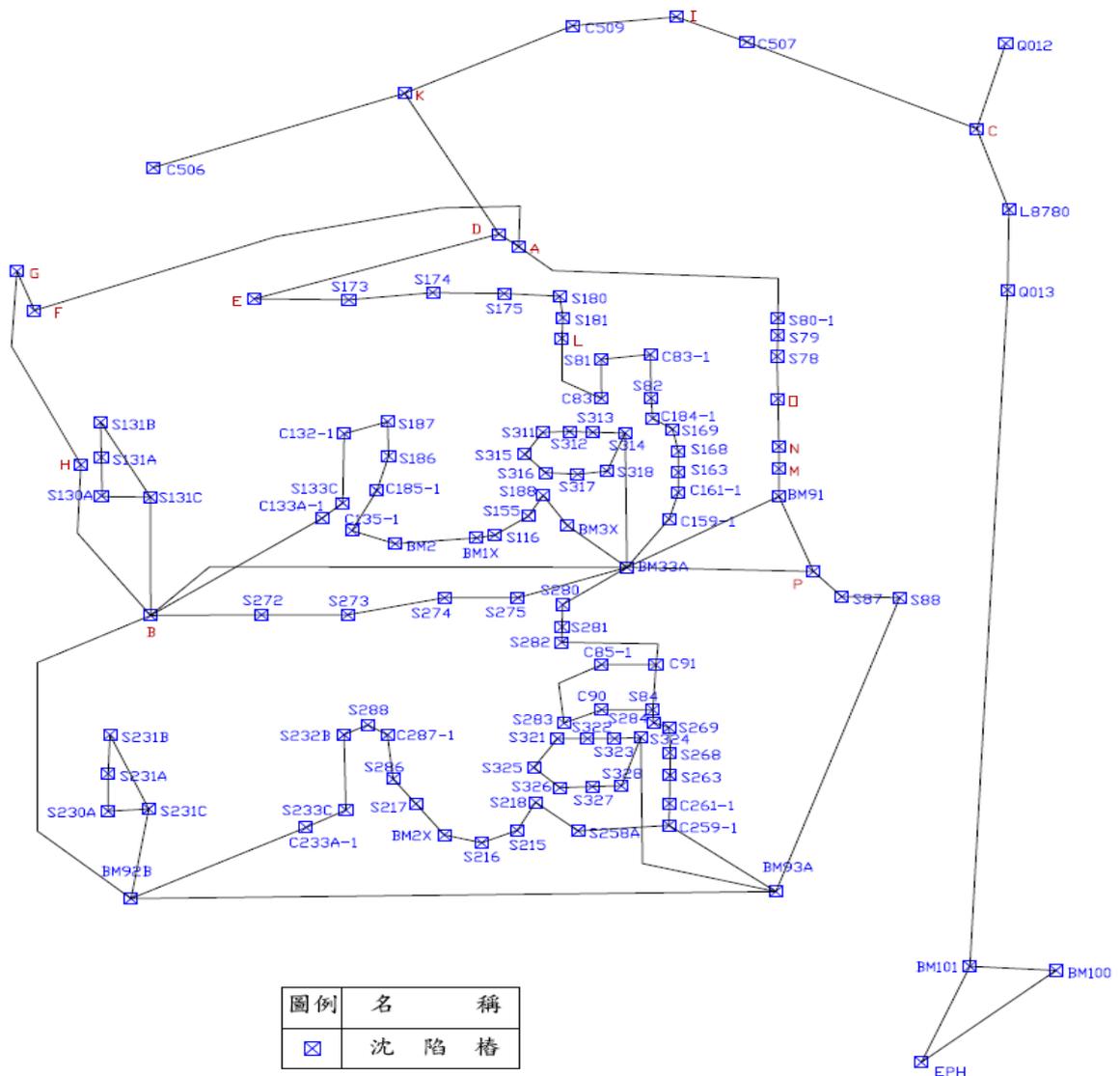


圖 2 實驗區水準點及沉陷樁點位分佈示意圖

3.2 沉陷監測施測方式

施測方式乃於實驗區外先進行已知一等水準點間之檢測，經檢測已知水準點三

點間往返閉合差及高程差值，檢測精度在符合一等水準測量精度之要求規範要求後，再以內政部公告（一等水準點）之高程值為依據引測至實驗區內各固定沉陷樁，並於實驗區內沉陷樁上進行一等水準測量計 21 個測段合計 122 點（含已知點 3 點），每一測段皆採往返測量施測，以檢核該測段之閉合精度。

研究作業方式為依據一等水準作業規定實施，儀器利用 Leica NA3003 電子自動水準儀、三米鈎鋼尺、二米鈎鋼尺等相關儀器，實施全區一等水準測量，往返閉合差小於 $\pm 3\text{mm}\sqrt{K}$ （ K 為兩點間單趟距離，距離單位為公里）。觀測實施前，儀器均做校驗。本測量案較為不同之處，即是觀測時，前、後視均限定小於 30 公尺內，且嚴格遵守前、後視相差不超過十分之一距離，其它均遵守一等水準作業規定，以消除不必要的誤差存在。

3.3 以小模擬區求取 IGG-I 法中參數

為後續運用 IGG-I 法求取變動點，先於實驗區內選小塊模擬區模擬全區水準環線狀態（如圖 3），將模擬區求出參數分位點 k_0 與淘汰點 k_1 ，代入全區以本法找出變動點。

在執行模擬區沉陷樁測量時，當往返高程閉合差將接近或超過 $\pm 3\text{mm}\sqrt{K}$ 規定時，即重新觀測。使往返高程閉合差控制約在 1mm 以下，以較高的精度要求，俾利後續以其參數值檢驗全區變動點之精確性），更可避免因各段高程閉合差雖然均符合 $\pm 3\text{mm}\sqrt{K}$ 規定，但整體環線閉合差卻有累積超過 $\pm 3\text{mm}\sqrt{K}$ 之情況發生。（胡先民，2007）

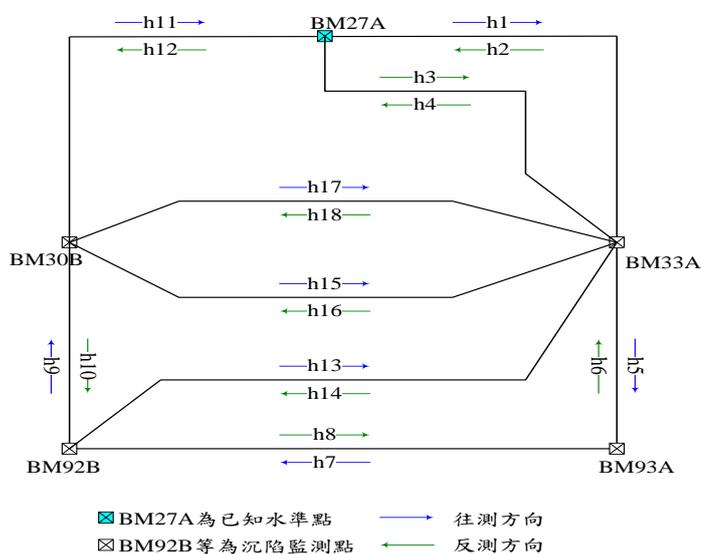


圖 3 模擬區水準環線圖

以小模擬區求取 IGG-I 法中參數之步驟如下：（胡先民，2007）

- 一、 植入變動量：為研究測試本法是否能檢測出變動點出現範圍，即至少需達到檢測出含有 3mm（一等水準測量往返高程閉合差規定為 $\pm 3\text{mm}\sqrt{K}$ ）變動能力，故所有實驗區變動檢測均直接植入含有 3mm 以上的變動量數據測試。

二、 求取模擬區之 k_0 與 k_1 參數值

- (一) 先根據該法提出之經驗值，即取 $k_0=1.5$ 及 $k_1=2.5$ 輸入，觀察該組數據迭代計算是否產生為「0」的權值，且出現於植入變動量觀測量的位置，若符合兩者條件表已可正確的偵測出變動量，則模擬區之 k_0 與 k_1 參數值即被確定。
- (二) 如果上述未符合條件，則以二分法找尋 k_0 與 k_1 參數值，即 k_0 自 1.5~0 間， $k_1=1.5-2.5$ 以二分法逐步縮小尋找範圍，直到符合條件（可正確的偵測出變動量），則模擬區之 k_0 與 k_1 參數值被確定。
- (三) 經多次（本研究為 5 次植入變動量）求出的參數 k_0 與 k_1 ，再以最小二乘法求出本模擬區中參數 k_0 與 k_1 的最或是值分別為 $k_0=0.98$ ， $k_1=1.6$ 。
- (四) 後續再以模擬區求得參數 k_0 與 k_1 （即 $k_0=0.98$ ， $k_1=1.6$ ），套到全測區中，經程式將兩期共同點變化量經迭代計算後，其權值收斂近「0」者，即是以本法找出的變動點。

四、 研究成果與分析

4.1 以固定基準平差模式研究

一、 95 及 96 兩年度成果比較分析

經固定基準平差模式計算後，95 及 96 兩年度本實驗區沉陷樁高程與中誤差及兩年度之高程差異，96 與 95 年相比較沉陷變化如圖 4 所示，差異量平均值約為 -0.187mm，依據整體平差結果，按（16 式）及（17 式）計算樣本統計量 F 之值是否通過整體位移顯著性檢驗。

就 95 與 96 年間之共同點點位高程差值進行常態性統計分析，並進行 F 值統計檢定，顯著水準值取 $\alpha=5\%$ ，經計算所得樣本統計量

$F=0.77091$ ，小於其相應的理論值 $F_{0.05,142,288} = 1.26308$ 之值，由於樣本統計量小於相應理論值，顯示該實驗區內無明顯垂直移位發生，因此於 95 至 96 年間並無顯著性垂直移位產生。

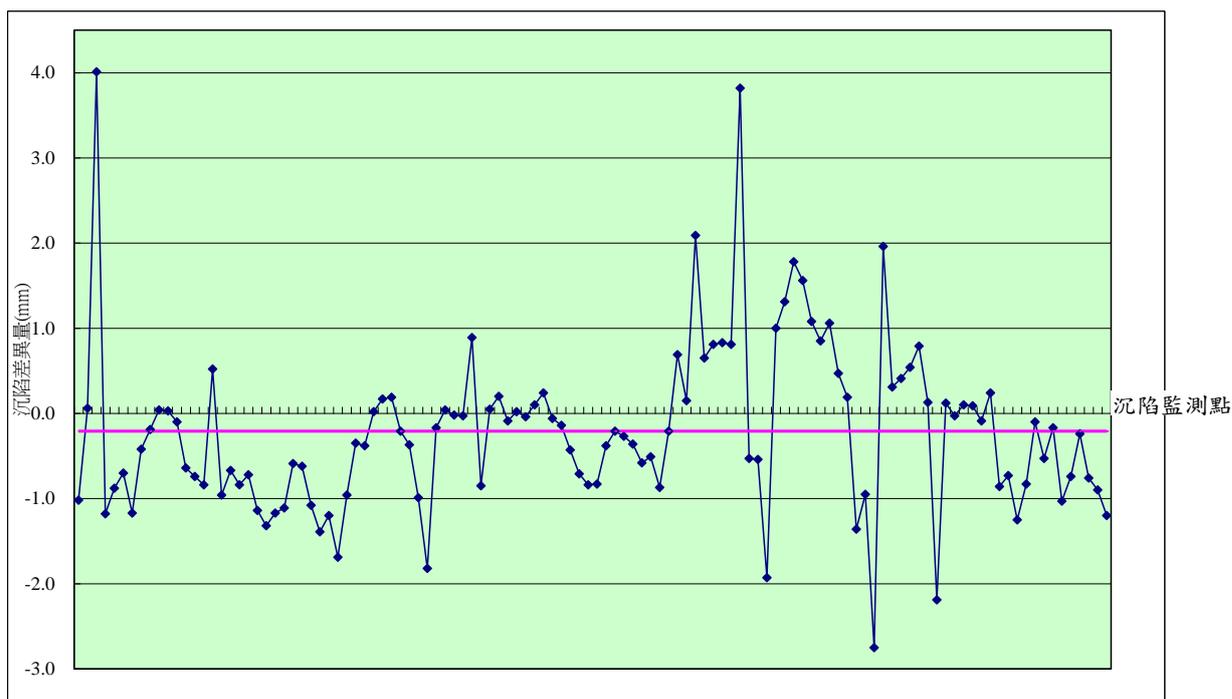


圖4 96與95年相比較沉陷變化圖

二、96及97兩年度成果比較分析

經固定基準平差模式計算後，96及97兩年度實驗區沉陷樁高程與中誤差及兩年度之高程差異（97年雖有一點遭遮蔽無法施測，但新增兩點），兩年相比較沉陷變化如圖5所示，差異量平均值約為2.208mm，依據整體平差結果，就96年與97年間之高程差值進行常態性統計分析，並進行F值統計檢定，顯著水準值取 $\alpha=5\%$ ，經計算所得樣本統計量 $F=1.48071$ ，大於其相應的理論值 $F_{0.05,146,297}=1.25893$ 之值，顯示於96至97年間部分點位有垂直移位發生。又從圖4得知97-96年之共同點高程變化量大多為正值（除實驗區外側一點為負值），顯示96到97年間實驗區結構物很可能有上升的現象。

逐次循環將最大位移點位A（9.770mm）與B（7.290mm）移除不加入F值統計檢定，同樣的顯著水準值取 $\alpha=5\%$ ，樣本統計量 $F=0.61313$ 小於相應之理論值 $F_{0.05,146,297}=1.25893$ 之值，則顯示目前除上述二點位外，實驗區點位尚屬合理上升範圍內，應不致影響實驗區結構物之安全；經探討原因發現於97年施測前，點A與點B均因附近施工肇致使點位變動。

另將97-96與96-95年相比較沉陷變化圖套合如圖6，發現沉陷樁有小幅上昇之不合理現象，經原因探討疑因97年6月11日遇規模5.2，最大加速度垂直方向為3.71 gal(cm/sec^2)地震之影響，致使沉陷樁位高程較上期略微上昇（按沉陷點因建物重壓在地面之原理，倘無地震等因素之發生，只會因地心引力而逐年微微下陷）；實驗區內之沉陷樁高程差值(除廠外引測點位C外)雖皆為正值，但仍在合理誤差範圍內，應不致影響結構物安全，應長期持續監測方可就地震對實驗區所產生垂直位移作出合適的研析。

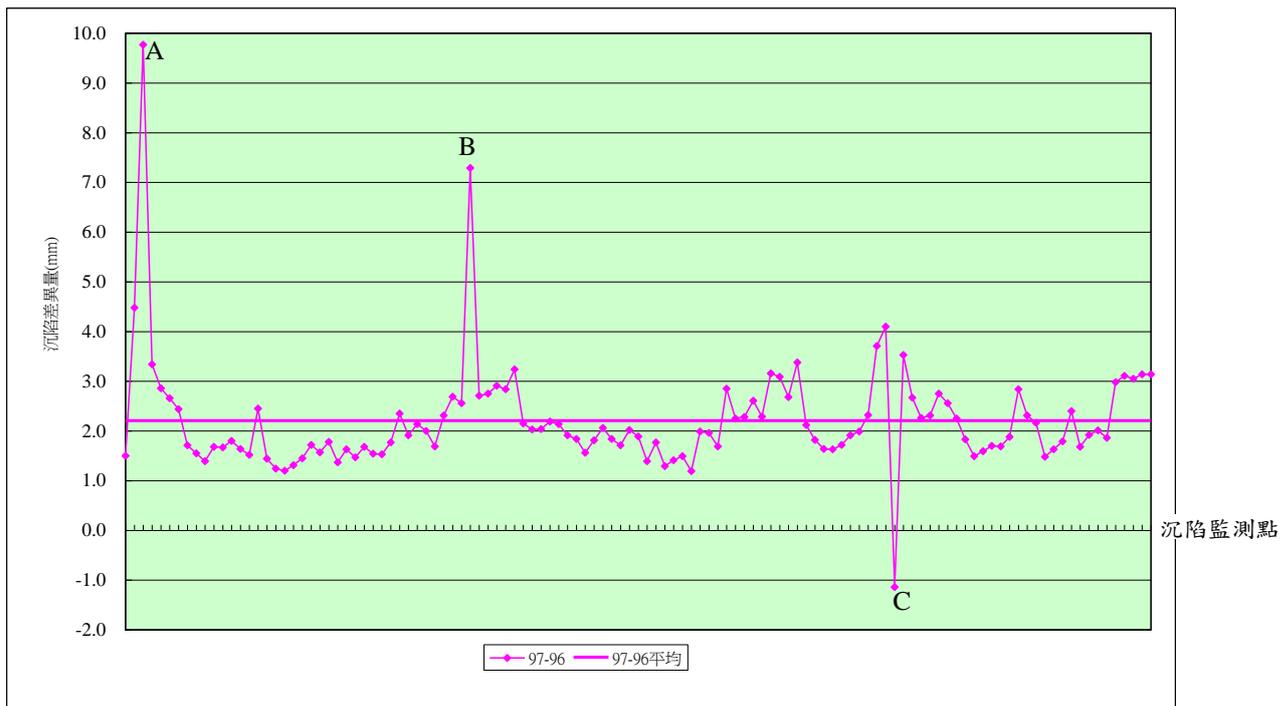


圖5 97與96年相比較沉陷變化圖

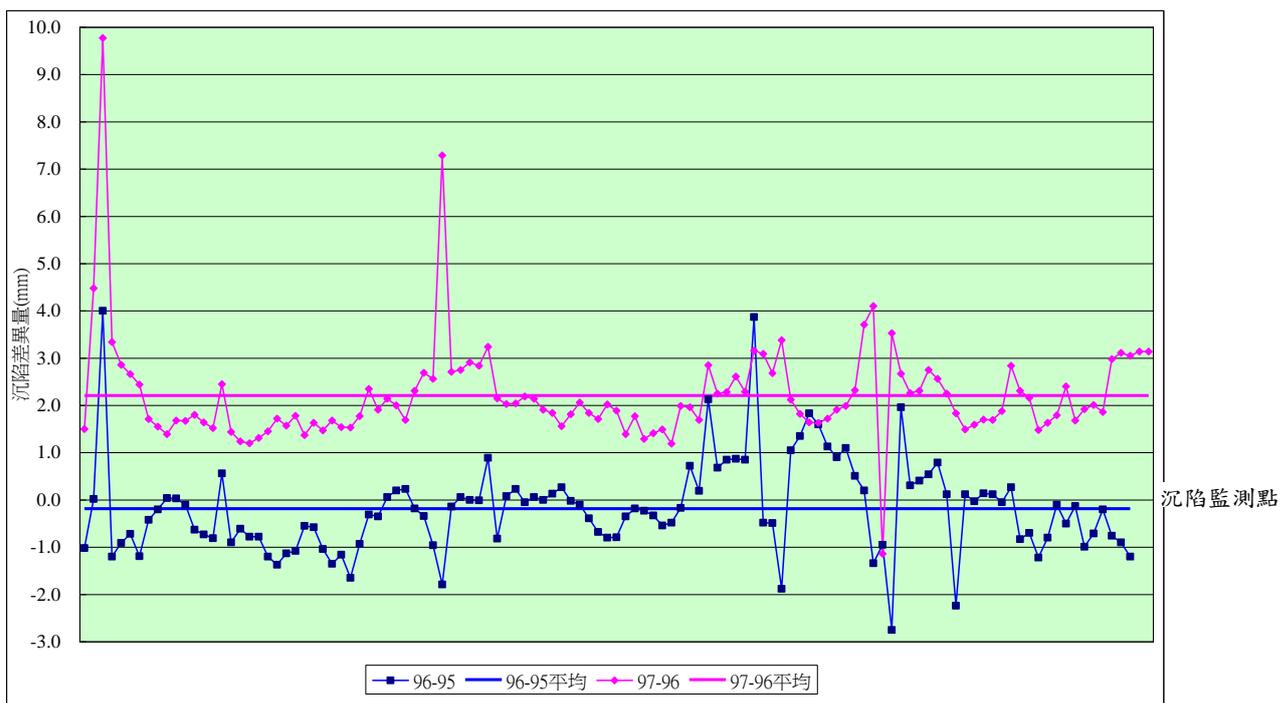


圖6 97-96與96-95年相比較沉陷變化圖

4.2 以自由高程基準平差模式研究

參照 2.3 節之計算步驟，求出 95 年之高程網共同點擬穩重心為 18.41191m，96 年之高程網共同點擬穩重心為 18.41171m，則可計算出 95-96 兩年度共同點之虛擬高程基準為 18.41181m，將兩年度的高程值其分別改算到兩年度的共同虛擬高程基準高程上後，再求取各時期之高程差異量，96 與 95 年相比較沉陷變化如圖 7 所示，依據整體平差結果，以計算樣本統計量 $F=0.78423$ ，小於其相應的理

論值 $F = 1.26308$ 。

96 年之高程網共同點擬穩重心經計算為 18.41171m，97 年之高程網共同點擬穩重心經計算為 18.41379m，求出 96-97 兩年度共同點之虛擬高程基準為 18.41275m，將兩年度之高程值其分別化算到兩年度的共同虛擬高程基準(擬穩重心)上後，再求取各時期之高程差異量，97 與 96 年相比較沉陷變化如圖 8 所示，依據整體平差結果，計算所得統計量 $F = 1.49124$ (顯著水準值取 $\alpha = 5\%$)，大於其相應的理論值 $F = 1.25893$ 。

逐次循環將最大位移點位 A (9.770mm) 與 B (7.290mm) 移除不加入 F 值統計檢定，同樣的顯著水準值取 $\alpha = 5\%$ ，樣本統計量 0.61521 小於相應之理論值 $F = 1.25893$ 。

故採本法與固定基準平差模式在本研究中以總體位移檢驗方式探測變動點的結果均找出相同二個變動點。

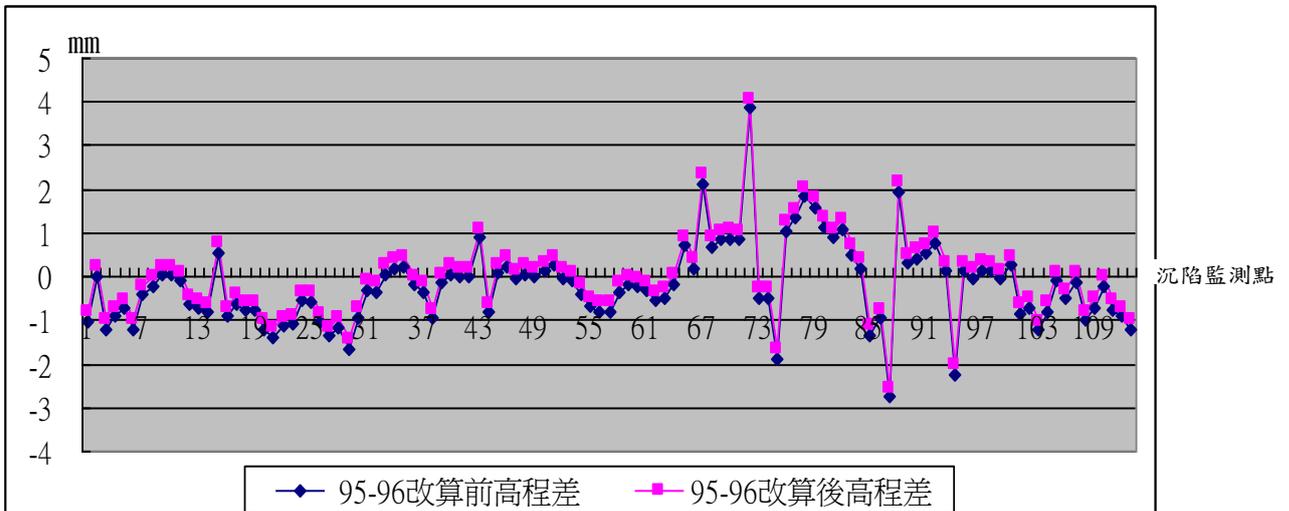


圖7 自由高程基準與固定基準平差模式96與95年相比較沉陷變化圖

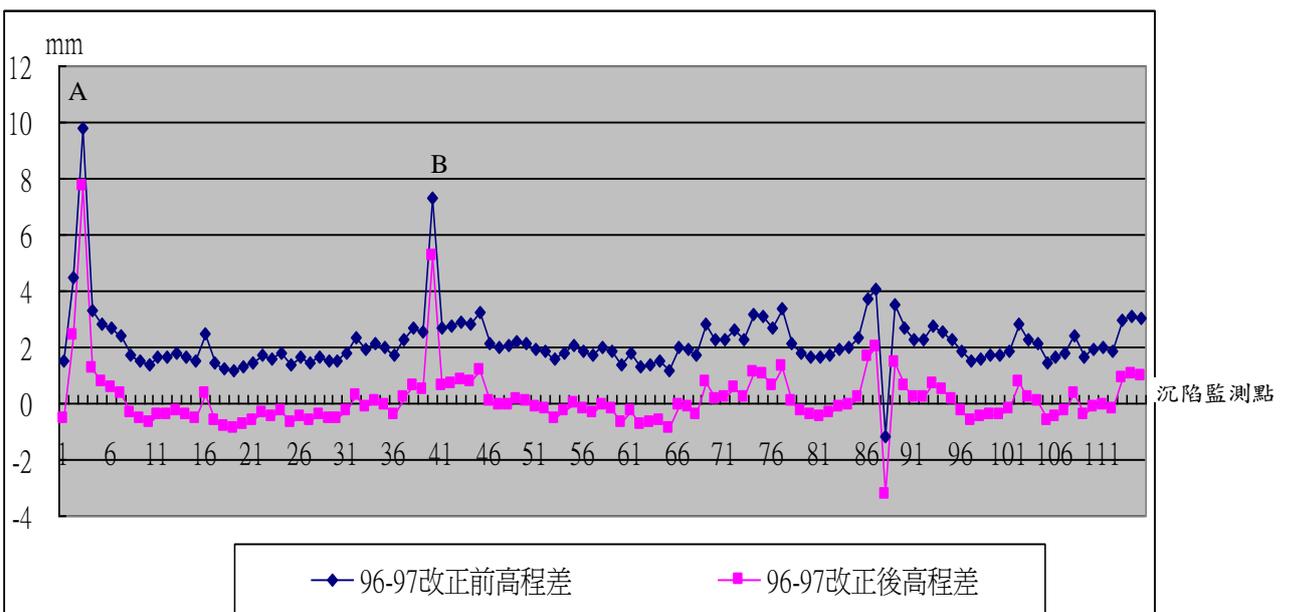


圖8 自由高程基準與固定基準平差模式97與96年相比較沉陷變化圖

4.3 自由高程基準與固定高程基準平差模式精度比較（97-96 年）

因 97-96 年原先成果經總體位址顯著性分析 (F-test) 後並不通過，故擬比較自由高程基準平差與固定高程基準平差精度，得到固定高程基準平差精度較佳（如圖 9，原因可參照 12 式、14 式與 15 式）。因為自由高程基準平差模式的精度因子，是從固定高程基準平差模式的精度因子再誤差傳播而來，經由誤差累積結果當然較大。另發現本實驗區之自由高程基準中誤差與固定高程基準中誤差之差異不大，其原因經探討為此相鄰三期（每年一期）之重心差異均很小（95-96 僅為 0.1mm，96-97 為 -1.04mm），故採自由高程基準平差後點位中誤差雖然經由固定高程基準平差模式傳遞誤差而累積變大，但由於此三期之重心相近，故其傳播的誤差量亦極小。

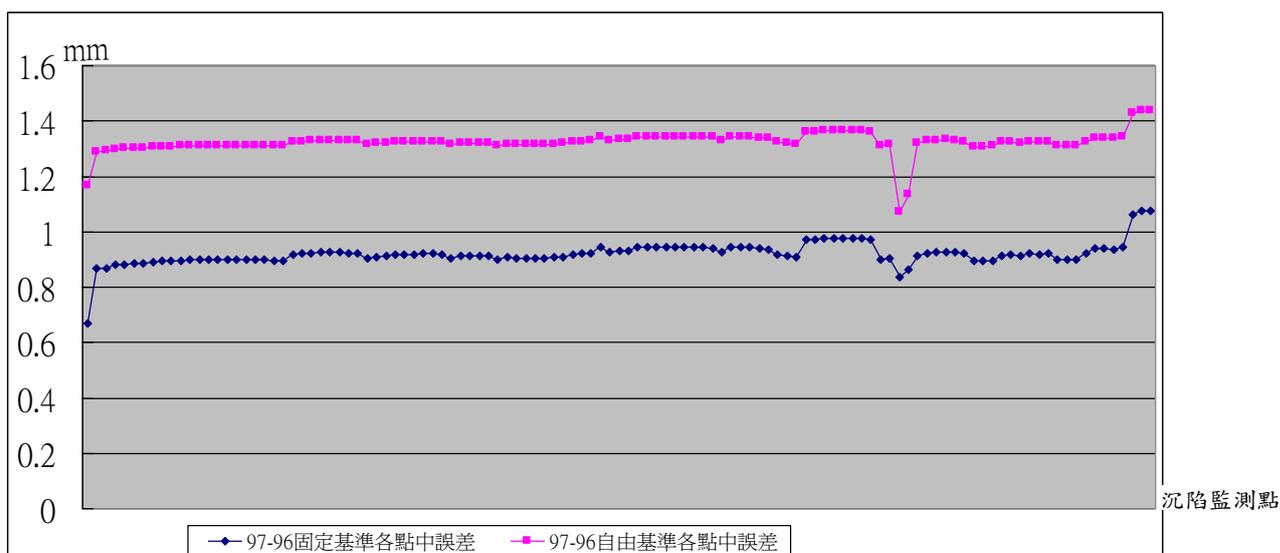


圖9 自由高程基準與固定基準平差模式97與96年各點中誤差圖

4.4 以固定及自由基準平差模式進行單點位址顯著性檢驗（97-96 年）

承上述 4.3 節，因 97-96 年原先成果經總體位址顯著性分析 (F-test) 後並不通過，故再分別對 97-96 固定基準及自由基準平差模式作單點位址顯著性檢驗 (t-test)。

- 一、以 97-96 固定基準平差成果作單點位址顯著性檢驗：按 2.6 節單點位址顯著性檢驗方式取 99% 的置信區間，經查表其相應的理論值 $t=2.8281607$ ，經單點位址顯著性檢驗後，除原先以 F-test 反覆剔除法剔出之 2 點 (A 及 B) 外，又多出 D、E、F、G、H、I 等 6 點。但因本次一等水準測量精度採 3mm，故除點 D 為 3.95mm（有可能為地震隆起一些），H 位址 3.6mm 外，餘 4 點位址都接近 3mm 或以內，可能為其他誤差所致。然點 D 及 H 年度位址仍未達位址顯著之標準（6mm 之內），且兩期的坐標差並不一定反映坐標位址，也有可能是隨機或其它誤差所致，故應將此 2 點列為後續觀查之重點。
- 二、以 97-96 自由基準平差成果作單點位址顯著性檢驗：與上述相同，取 99% 的置信區間，查表其相應的理論值 $t=2.8281607$ ，經單點位址顯著性檢驗後，與原先以總體位址顯著性檢驗所找到的變動點均為相同之 2 點 (A 及 B)。表示該法在單點位址顯著性檢驗時較不靈敏。

其原因同 4.3 節所言，因為自由高程平差模式的中誤差，是由兩期的固定高程基準法的中誤差再傳播而來，故以該法計算各點之中誤差值均較以固定高程基準法計算各點之中誤差值擴大，故以該法作 t-test 時各點分母相對放大，

所得的 t 值自然較不顯著。

4.5 以擬穩平差模式進行單點位移顯著性檢驗（97-96 年）

承上述，因 97-96 年原先成果經總體位移顯著性分析（F-test）後並不通過，在此再找出相對穩定點組作檢驗，作法敘述如后：

- 一、 相對穩定點組作檢驗：先以變形量較小（固定基準平差模式）的 J 點等測區南邊、西側及北側共 71 個點，假設為相對穩定點組，進行 F-test，其統計量 $F=0.86306$ ，小於其相應的理論值 $F_{0.05,71,139} = 1.39137$ 之值，故假設的穩定點組可信。
- 二、 對相對穩定點組進行擬穩平差：假設以上述測區南邊、西側及北側共 71 個點為相對穩定點組，分別對兩期網作擬穩平差。
- 三、 單點位移顯著檢驗：對網中全部的點作單點 t-test，以了解點位位移顯著性，按 2.6 節單點位移顯著性檢驗方式

取 95% 的置信區間（ $\alpha = 0.05$ ），經查表其相應的理論值 $t_{(0.025,142)} = 2.26542$

除偵測得 A、B、D、E、F、G、H、I 等 8 點（以固定高程基準平差模式作單點位移顯著性檢驗偵測出），又多出 K、L、M、N、O、P 及 C 等 7 點，其中前 6 點位移都在 2.3mm 以內（小於 3mm 的測量精度）應無法證明位移發生之正確性。

- 四、 但點 Q 無法通過檢驗，可能必須再觀察，由計算成果發現 96-97 年間實驗區內點皆因地震而上升，僅廠外 Q 點為下陷（原在 97-96 固定平差中僅下陷 1.140mm），但當以相對穩定點組測試時即發現本組態中廠外 C 點（下陷 3.404mm）與其他點（大部分因地震上升）呈反方向位移（如圖 10），雖然仍合乎 6mm 之標準（許榮欣、高書屏，1997），但在相對穩定點組測試中將其特性放大，絕對值 t 達 9.885，此現象應於後續持續注意觀察之。

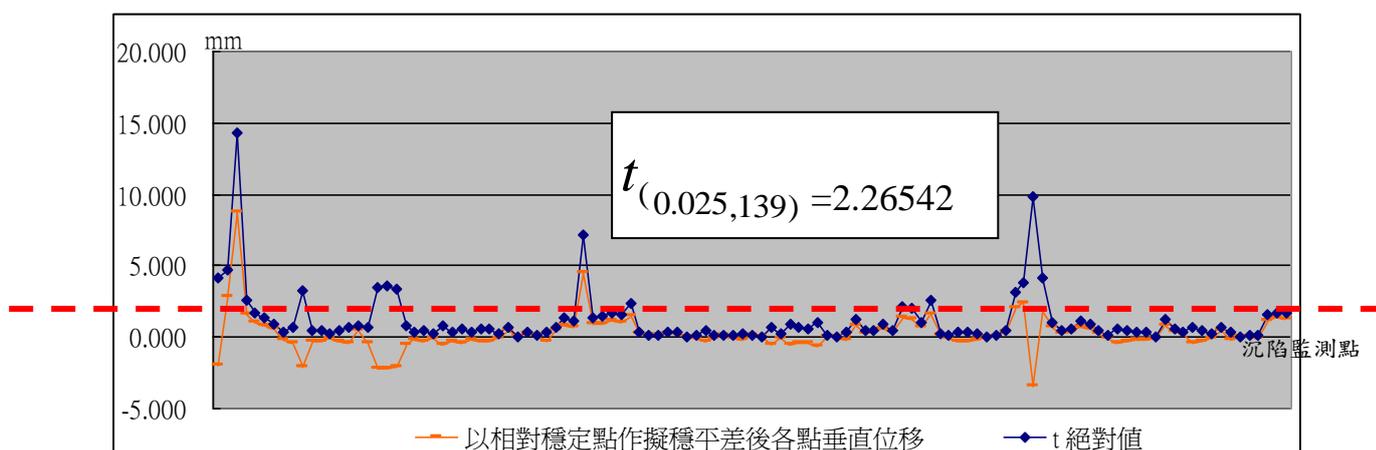


圖10 相對穩定點組單點位移顯著性檢驗圖

4.6 以 IGG-I 程式自動偵測出變動點（97-96 年）

經由 IGG-I 法（該程式係由胡先民先生所提供）。以小範圍模擬區求得的參數最或是值為 $k_0=0.98$ ， $k_1=1.6$ 代入該法，採 97-96 年固定基準平差模式原始計算而得的兩期共同點變動量為依據給先驗權值運算後，則經迭代後權值 w 為零之點即為運用本法所探得的變動點。以該法順利找出 97-96 年度間點 A 及點 B 為變動點，點 D 及 H（4.4 節已分析該兩點為需持續觀察點）亦被挑出。

4.7 本研究中各種方法之比較

將本研究所使用之各種平差模式與不同的檢驗法，於本實驗區對變動點探測的能力與計算難易度比較於下（如表 1）：

表 1 不同平差計算與檢驗對變動點探測的能力與難易比較表

檢驗模式 平差模式	整體位移顯著性檢驗 (F-test)	單點位移顯著性檢驗 (t-test)	IGG-I 法探測 (以固定基準)	備考 當發生參考基準前後期遭變動狀況
	固定基準 平差模式	易；變動點探測靈敏度中等	中；變動點探測靈敏度中上	優點為： 最簡單及快速； 變動點探測靈敏度為中上
自由基準 平差模式	易；變動點探測靈敏度中等	中；變動點探測靈敏度中等	缺點為： 無法較提供深入 的各點變形分析	易。因可在不同的兩期間求出共同的虛擬基準，在兩期基準不同時具有快又簡易的求解特性
擬穩基準 平差模式	中等；變動點探測靈敏度中等	難；變動點探測靈敏度較高		最難。亦需重率定穩定區並將變動點分別當成增、失點，並需重新進行擬穩平差運算。

(ps.本實驗之難易度係以運算程序、步驟、時間及來區分。)

五、結論與建議

5.1 結論

本研究以南部某大型工程廠區為例，對以不同垂直變動分析法解算成果分析比較，期能比較各種模式平差計算之難易，及採用不同的檢驗法挑出變動點之能力。得到以下七點結論，茲分述如下：

1. 如單就挑出變動點之能力及解算作業的難易度為考量時，建議採用以穩健估計法（IGG-I 法）為優。
2. 以穩健估計法可快速有效的求出變動點的資料，且因設計為檢測出 3mm（符合一等水準測量精度要求）以上變動能力，可排除一些因其他誤差而被誤認為變動量之情形，可提供檢出可能性較高變動點來探討真正發生變動之原因（如部分點位因其他工程作業而遭人為移位等）。
3. 當參考基準前後期遭變動（含不確定）狀況時，建議採用自由基準平差模式計算後，再採整體位移顯著性檢驗逐次剔除最大變動點至通過檢驗是較為簡易且找出真正是變動點的正確性較高。
4. 以擬穩基準平差模式計算後，再採單點位移顯著性檢驗的作業方式對各垂直監測點單點位移量具有較靈敏的探測能力。但其中部分被檢出之點卻不一定遭變動所致（可能有一些因其他誤差而被誤認為變動量的情形），且其計算較為繁複。

5. 本研究中自由高程基準平差模式其分析結果與一般傳統所用增、失點位沉陷分析模式所得結果（點位高程變化量）完全一致，但由於此三期共同點網形之重心相近，故仍需作較長期（可能會造成參考基準或網形重心變化較大）之探討。
6. 以自由高程基準平差模式解算的平均中誤差大於固定基準平差及擬穩平差，這是因為自由高程平差模式的中誤差，是以固定高程基準平差模式的中誤差再經誤差傳播而來，故誤差累積結果當然較大，會導致後續如採用單點位移顯著性檢驗時較不靈敏。
7. 點位的高程值乃是相對於某一基準而言，所以相同點位在相同的基準下才可比較不同時期的變化量，固定基準乃是假設此一固定基準在不同時期皆能保持不動；自由基準乃是假設不同時期的點位皆為變動的；擬穩基準乃是假設不同時期網中某些點位相對於其他點位穩定，採用不同基準得到的變動量不相同，至於採用何種基準較合適則應視不同用途及監測區實際狀況而定。

5.2 建議

1. 本研究雖可以『穩健估計法（Robust Estimation）-IGG-I 法』，快速有效的求出變動點的資料，而先行剔除之。然在變動資料剔除後，建議採固定高程基準或自由高程基準計算法精確計算變動數據與剩餘固定點平差資料為宜。
2. 本次研究未將較差動態平差、複測網動態平差及整合模式平差等納入探討；另由於殘差的扭曲，即不能極正確顯示出變量，且調變因子的取值不當，亦會造成錯亂的數據，有鑑與此，故可從 IGG 估計法不同型式方向著手測試。IGG 估計法不僅只有 IGG-I 估計法，亦有 IGG-II 估計法及 IGG-III 估計法。IGG-III 估計法因考量現代觀測數據收集的多元分析及處理，觀測量之間存在有較強相關性。故後續研究可應用此型估計法測試相關性觀測量及測試防止混亂情況產生。

參考文獻

1. 牛國軍、陳芳（2005），「抗差估計（IGG-I 方法）在粗差探測中的應用」，*西部探礦工程*，第 8 期，第 64-66 頁。
2. 向澤君、章志清、熊文全（2007），「水準網抗差估計實驗及應用」，*城市勘測*，第 2 期，第 55-58 頁。
3. 李浩軍、唐詩華、黃杰（2006），「抗差估計中幾種選權迭代法常數選取探討」，*測繪科學*，第 31 卷，第 6 期，第 70-72 頁。
4. 余學祥、呂偉才（1995），「抗差估計在粗差探測及平差計算中的用」，*測繪工程*，第 3 期，第 38-42 頁。
5. 胡先民（2007），應用不同估計法進行水準網內觀測數據粗差之研究，國立中興大學土木工程學系碩士論文，第 10-32 頁。
6. 高書屏、蔡宇凡、錢稼翰（2000），一種新而簡易的垂直變動分析法—自由高程基準計算法之研究，*測量工程*，第四十二卷，第 2 期，第 23-36 頁。

7. 張華海、李景芝、余學祥（1996），「抗差估計在水準網平差中的應用」，*江蘇測繪*，第3期，第14-16頁。
8. 陶本藻（1982），*自由網平差與變形分析*，測繪出版社。
9. 許榮欣（1995），*監測網兩期網形不同時之處理*，*測量工程*，37卷，1期，第11-24頁。
10. 陳永奇、吳子安、吳中如（1995），*變形監測分析與預報*，測繪出版社，第34-39頁。
11. 甯方璽、高書屏（1996），*測量隊歷年年度施政水準測量觀測資料整理及分析*，第二十四屆測量學術發表會專輯，第79-90頁。
12. 錢稼翰（2000），*加權整合地殼垂直變動模式進行精確垂直變動量分析之研究*，國立中興大學土木工程學系碩士論文，第5-38頁。