

以最小二乘支持向量機進行電離層全電子含量預報之研究  
**A Study of Prediction Ionospheric Total Electron Content by Least Squares Support  
Vector Machine**

高書屏<sup>1</sup>                      葉欣豪<sup>2</sup>  
Szu-Pyng Kao<sup>1</sup>              Xin-Hao Ya<sup>2</sup>

**摘要**

電離層全電子含量 (Total Electron Content, TEC) 資料，是描述電離層型態和結構重要的參數，可讓我們帶入電離層延遲公式中獲得電離層延遲量，因此本研究希望提前預報 TEC，以即時改正電離層延遲，本研究使用最小二乘支持向量機 (LSSVM) 預報電離層的 TEC，並對其成果進行比較分析。

以 2011 年台灣為實驗範圍，以 LSSVM 連續進行 360 天預測，與 IGS 提前一天預報資料相比，平均誤差提升 0.73TECu，準確度在 95% 以上多 44 天，本研究預測精度有所提升。

關鍵字：電離層、全電子含量、預測、最小二乘支持向量機

**Abstract**

The information of Total Electron Content describes the structure and patterns of the ionospheric. By the research function can calculate ionosphere delay measure. Therefore, in my research both use the least squares support vector machine comparative analysis to forecast TEC, hope in advance and real-time correction of ionospheric delay.

Experimental range is 2011 of Taiwan. Use LSSVM continuous 360 days forecast, compared to one day in advance with the IGS forecast data, the average error enhance 0.73TECu and accuracy above 95% for more than 44 days.

Keyword：ionospheric、TEC、prediction、LSSVM

---

<sup>1</sup>國立中興大學土木工程學系測量資訊組 副教授

<sup>2</sup>國立中興大學土木工程學系測量資訊組 碩士生

## 一、動機與目的

電離層 TEC (全電子含量)資料，是描述電離層型態和結構重要的參數，可讓我們帶入電離層延遲公式中獲得電離層延遲量，因此本研究希望提前預報 TEC，讓單點定位能夠即時改正電離層延遲，而不需再進行額外的改正，減少人力物力的投入。

目前，國際上對電離層 TEC 值進行預報主要有兩個方法，一是利用現有電離層模型進行預報，現有的電離層預報之模型主要有 Bent 模型、IRI 模型、Klobuchar 模型、低階球諧函數展開模型等，其中應用最為廣泛的為 Klobuchar 模型，另一種方法是利用電離層 TEC 觀測數據直接建立電離層模型，這一種方式主要是基於電離層 TEC 資料進行擬合，預測方法根據預測的模型不同可分為經典的數學統計方法和人工智慧學習法，經典的數學統計方法包括多元迴歸分析、時間序列法、狀態空間法等；人工智慧學習法主要包括人工神經網路模型、模糊理論、灰色理論等。

目前根據文獻，最多預測工具為人工神經網路模型，它的優點是具有很強的非線性映射能力，而且還具有自組織、自學習、非線性動態處理及容錯性強等優點，因此被廣泛用於預測方面，但是人工神經網路存在過度擬合、訓練過程受局部極小點的困擾、網格結構的選擇過分依賴經驗等缺陷，直接影響預測的精度和可靠性(胡邦輝，2011)，而支持向量機 (Support Vector Machine, SVM) 是在統計學習理論基礎上發展起來的一種新的學習方法，能夠有效地解決人工神經網路遇到的問題，具有很好的非線性映射能力，最小二乘支持向量機(Least Squares Support Vector Machine, LSSVM) 是 Suykens J.A.K(1999)提出。

由於支持向量機之限制式為一個不等式，使得計算複雜，且需要的儲存空間大；而最小二乘支持向量機採用最小二乘法之二次損失函數替代傳統支持向量機的不敏感損失函數，且將限制條件改為等式，使求解過程轉換為一組線性方程式，讓求解速度加快、效率高，儲存空間相對較小，更適合求解大規模的問題，在函數預估中得到廣泛的運用。(沈昱廷，2011)

根據以上優點，本研究使用最小二乘支持向量機，進行電離層 TEC 值的預測，並同時進行 ARIMA 預報，最後以各個機構預報作為比較對象。

## 二、電離層

電離層是地球大氣層中被太陽射線電離的部分，它是地球磁層的內界。由於受地球以外射線（主要是太陽輻射）對中性原子和空氣分子的電離作用，大氣層於部分電離或完全電離的狀態，其中存在相當多的自由電子和離子。高度、厚度和電子密度隨晝夜、季節而變化，並受太陽活動（如太陽黑子等）的影響。能將短波波段

的無線電波折射回地面，從而完成遠距離無線電通信。由於電離層影響到無線電波的傳播，因此它有非常重要的實際意義。

電離層是由大量的電子和離子所構成，這些電子和離子生成的原因主要是來自於陽光中的極紫外光 EUV、紫外光 UV 和 X 射線(X-ray)照射，使得大氣層中的氣體分子分離而產生帶正電的離子和帶負電的電子，形成電漿態。電離層所涵蓋的範圍大約從地表上空 50 至 1000 公里處，根據電子密度隨高度不同而有所變化，以電子密度的不同大略上可將電離層分成 D、E、F 三層(Davies, 1990)。

D 層：位於離地表最近的位置，分布於 50 公里以到 90 公里處，因大氣密度較高，正負電荷容易結合，因此電子密度較它層小。此外白天時因太陽照射才會出現，晚上時因正負電荷迅速結合而幾乎消失，此時電離層的影響會降至最低。

E 層：分布於地表上約 90 至 140 公里處，是最早發現存在自由電子的位置，離子化程度介於 D 層與 F 層，在夜間時會因正負電荷快速結合而變得不明顯。

F 層：分佈於地表上方 140 公里至 500 公里，此層最為活躍，所以電子密度也是最高的，對於電波傳播影響也是最主要的一層，日間時會分成 F1 與 F2 層，夏季時最為明顯，春季秋季有時會出現。F1 層是位於地表上方 140 公里至 220 公里處，不同的地磁緯度，F1 層的電子密度也不相同。F2 則在地表上方 220 公里至 500 公里最高時可達 1000 公里處，F2 層受地磁場控制，夜晚時 F1 層與 F2 層將會合併為 F 層。電離層電子濃度最高處在 F2 層峰，約 300 公里處。(孫翊驕，2010)

### 三、 全電子含量(TEC)

假設在 GPS 衛星與接收儀之間，有一面積為 $1\text{m}^2$ 的圓柱體沿著衛星訊號傳輸路徑，而圓柱單位面積所含之電子總數稱為 TEC(Total Electron Content，全電子含量)，其測量單位為( $\text{el}/\text{m}^2$ )。(吳相忠，2004)全電子含量單位(Total Electron Content Unit，TECU)的定義如圖 1：

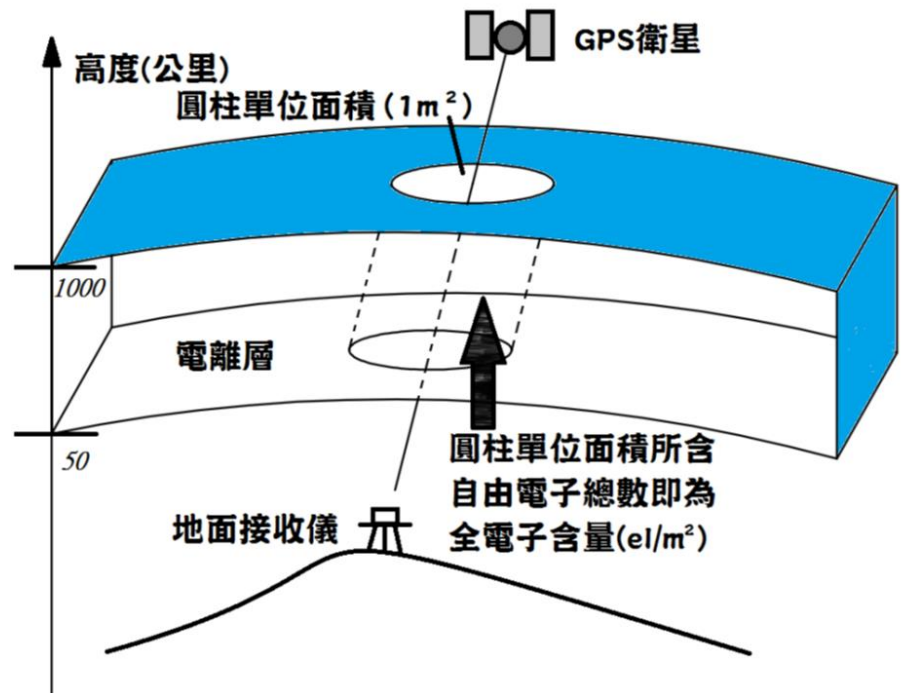


圖 1. 全電子含量 (TEC) 的定義圖

#### 四、電離層延遲

電離層延遲效應的大小與從 GPS 衛星至接收儀電磁波路徑沿線之全電子含量 (TEC) 有密切的關係，TEC 與因電離層延遲效應所產生的距離(或時間)的改正量，都可以用來衡量電磁效應所造成的影響，兩者之間只需一個固定常數便可互相轉換。(孫翊驕，2010)

因電離層延遲效應所產生距離改正量，以公尺為單位，可用下列(1)式表示 (Seeber, 1993)：

$$d_{ion} = \pm \frac{C}{f^2} TEC \quad (1)$$

(1)式中

$d_{ion}$ ：以公尺為單位的延遲。

TEC：電離層全電子含量，以 TECU 為單位。

F：載波頻率，以 Hz 為單位。

C：為一常數，為  $40.3 \times 10^{16}$ 。

相同頻率的虛擬距離觀測量與載波相位觀測量，所受到的電離層延遲量大小相等，正負相反，正為虛擬距離觀測量，負為載波相位觀測量，原因是虛擬距離在電離層時，會比在真空中傳播速度慢，稱為群體延遲，而載波相位，在電離層會比真空中快，稱為相位超前。

GPS 的頻率常用的有， $L_1=1575.42\text{MHz}$ 、 $L_2=1227.60\text{MHz}$ ，代表 1TECU 對載波相位  $L_1$  會造成 -0.162 公尺的誤差，對載波相位  $L_2$  會造成 -0.267 公尺的誤差如 (2)、(3) 式：

$$d_{ion} = \pm \frac{40.3 \times 10^{16}}{(1575.42 \times 10^6)^2} = -0.162m \quad (2)$$

$$d_{ion} = \pm \frac{40.3 \times 10^{16}}{(1227.60 \times 10^6)^2} = -0.267m \quad (3)$$

根據 2011 年的資料，TEC 值在最高點時會超過 100TECU，代表  $L_1$  會造成 16.2 公尺的誤差， $L_2$  會造成 26.7 公尺的誤差，代表電離層對衛星訊號所造成的誤差是不可忽視的。

## 五、 程式介紹

### (一) 最小二乘支持向量機：

(Least Squares Support Vector Machine, LS-SVM) 是 Suykens J.A.K (1999) 提出了一種新的支持向量機：最小二乘支持向量機。由於支持向量機之限制式為一個不等式，使得計算複雜，且需要的儲存空間大；而最小二乘支持向量機採用最小二乘法之二次損失函數替代傳統支持向量機的不敏感損失函數，且將限制條件改為等式，使求解過程轉換為一組線性方程式，讓求解速度加快、效率高，儲存空間相對較小，更適合求解大規模的問題，在函數預估中得到廣泛的運用。

本研究所使用的非線性最小二乘支持向量機公式述如(4)式：(沈昱廷，2011)

$$f(x) = \sum_{i=1}^n \alpha_i y_i K(x, x_i) + b \quad (4)$$

非線性最小二乘支持向量機須選擇核函數，常用的有以下三種：

#### 1. 線性核函數(linear kernel function)

$$K(x, x_i) = \phi(x)^T \cdot \phi(x_i) \quad (5)$$

#### 2. 多項式核函數(polynomial kernel function)

$$K(x, x_i) = (x \cdot x_i + 1)^d \quad (6)$$

#### 3. 徑向基核函數(radial basis function, RBF)

$$K(x, x_i) = \exp\left(-\frac{\|x - x_i\|^2}{\sigma^2}\right) \quad (7)$$

本研究使用 RBF 徑向基核函數，因根據 2011 年沈昱廷成果在非線性表現最佳者為 RBF，所以本研究選擇 RBF 進行最小二乘支持向量機的預報。

## (二) 差分自回歸移動平均模型

(Autoregressive Integrated Moving Average, ARIMA) 是 ARIMA(p,d,q)稱為差分自回歸移動平均模型，由博克思(Box)和詹金斯(Jenkins)於 70 年代初提出的一著名時間序列預測方法，所以又稱為 box-jenkins 模型、博克思-詹金斯法，此方法的精神在於根據過去的歷史資料，求出一個適合的機率模式，用來表示這些資料合時間的相依關係，一旦模式建立之後，便可對未來的狀況作一個較準確的分析。

ARIMA 的三個工具為：AR 是自回歸，p 為自回歸項；MA 為移動平均，q 為移動平均項數；d 為時間序列成為平穩時所做的差分次數。

基本流程為：

1. 根據時間序列的散點圖、自相關函數和偏自相關函數圖以 ADF 單位根檢驗其方差、趨勢及其季節性變化規律，對序列的平穩性進行識別。一般來講，電離層全電子含量的時間序列都不是平穩序列。
2. 對非平穩序列進行平穩化處理。如果數據序列是非平穩的，並存在一定的增長或下降趨勢，則需要對數據進行差分處理，如果數據存在異方差，則需對數據進行技術處理，直到處理後的數據的自相關函數值和偏相關函數值無顯著地異於零。
3. 根據時間序列模型的識別規則，建立相應的模型。若平穩序列的偏相關函數是截尾的，而自相關函數是拖尾的，可斷定序列適合 AR 模型；若平穩序列的偏相關函數是拖尾的，而自相關函數是截尾的，則可斷定序列適合 MA 模型；若平穩序列的偏相關函數和自相關函數均是拖尾的，則序列適合 ARMA 模型。
4. 進行參數估計，檢驗是否具有統計意義。
5. 進行假設檢驗，診斷殘差序列是否為白雜訊。
6. 利用已通過檢驗的模型進行電離層預報分析。

## 六、 研究流程

1. 由國際 GNSS 服務組織 IGS 電離層工作團隊(IGS Working Group on Ionosphere, ION-WG)取得全球電離層資料。分別有最終電離層(Final ionospheric TEC grid)與快速電離層資料(Rapid ionospheric TEC grid)，作為本研究的基礎數據。
2. 取得 IGS、歐洲定軌中心(CODE)、歐洲航天局(ESA)提前一天預報全球電離層資料。

3. 根據選取實驗區域與時間不同，將 3 家衛星機構預報資料，與 IGS 最終電離層資料做為真值進行計算，取得 IGS 最終電離層資料與不同機構預報資料之誤差，並利用絕對誤差百分進行精度評估後選取表現最佳者進行 LSSVM、ARIMA 比較分析。
4. 使用 LSSVM(核函數選擇 RBF 徑向基函數，使用格子群演算法搜索最佳參數)、ARIMA 對電離層進行提前一天的預報，預報成果與 IGS 最終電離層資料進行比較，並以絕對誤差百分比進行精度評估。
5. 衛星機構預報進行成果比較分析。

## 七、實驗成果

為證明 LSSVM 在電離層 TEC 的預報是可用的，以台灣地區上空電離層 TEC 預報，分別進行一天 24 小時預報，與 2011 年第 1 至 360 天的預報。

為驗證本研究在台灣地區的可用性，選擇如圖 2 電離層穿刺點，分別進行 24 小時與 2011 年的第 1 至 360 天預報之研究，並將預報結果分為四段，探討干擾預報的因素。

實驗區域範圍：

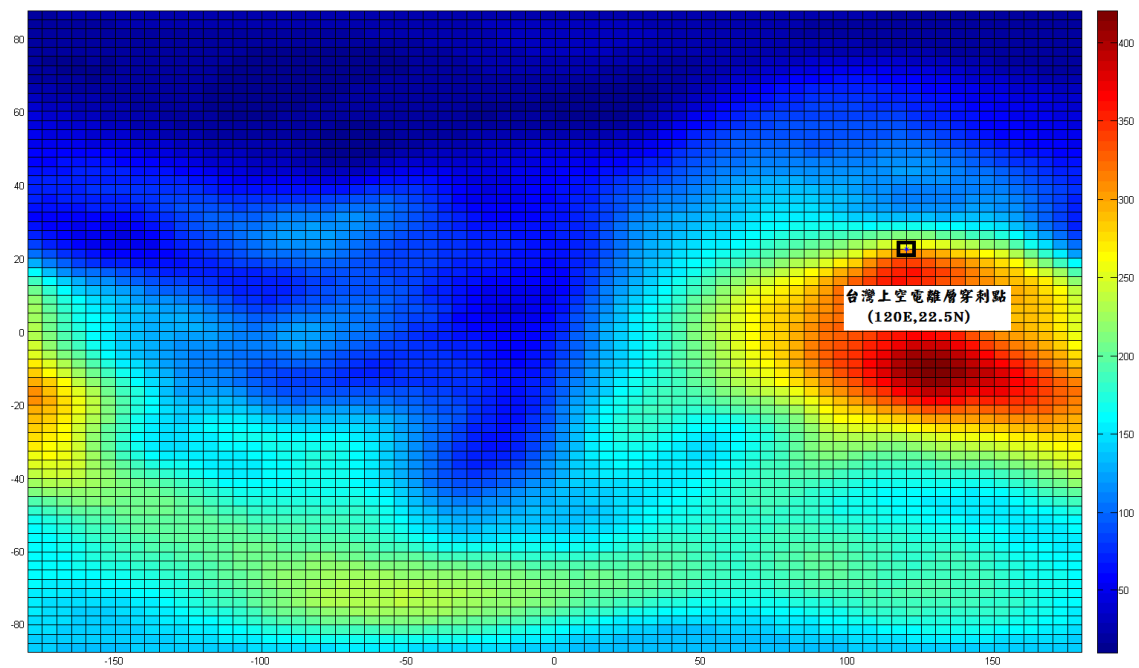


圖 2.台灣地區上空電離層圖

台灣地區 24 小時預報成果：

表 1. 24 小時預報平均絕對誤差百分比表

| 24 小時預報平均絕對誤差百分比(MAPE) |        |          |          |
|------------------------|--------|----------|----------|
| 預測天數                   | IGS    | LSSVM-30 | LSSVM-90 |
| 90                     | 16.71% | 22.57%   | 21.61%   |
| 180                    | 6.54%  | 14.48%   | 5.32%    |
| 270                    | 24.78% | 11.93%   | 11.79%   |
| 360                    | 8.88%  | 10.71%   | 7.96%    |

本實驗說明證明 LSSVM 預報台灣地區上空電離層全天 24 小時 TEC 是可行的，由表 1 來說明，除了第 90 天 LSSVM 的 MAPE 22% 左右會較 IGS 預報 16.7% 差，其他表現皆優於 IGS 預報。就訓練天數來看，LSSVM-30 的表現皆比 LSSVM-90 差。

台灣地區 360 天連續預報：

選擇的資料為，以台灣地區時間為主的，2011 年的第 1 到 360 天，下午 14 點。以 LSSVM 與 ARIMA，使用訓練資料為前 30、90 天，進行提前一天的預報。IGS 提前一天預報，為所有機構中表現最佳，所以作為本次實驗的比較對象。共有 360 筆預報資料，預報成果如下：

表 2. 台灣地區預報精度比較表

| 第 1~360 天台灣地區預報精度比較 單位：TECU |        |          |          |          |          |
|-----------------------------|--------|----------|----------|----------|----------|
|                             | IGS 預報 | LSSVM-30 | LSSVM-90 | ARIMA-30 | ARIMA-90 |
| 平均絕對誤差百分比                   | 10.79% | 9.25%    | 9.30%    | 10.79%   | 10.69%   |
| 平均誤差                        | 5.89   | 5.16     | 5.13     | 5.82     | 5.64     |
| 誤差最大值                       | 23.90  | 34.36    | 27.35    | 28.79    | 28.49    |
| 誤差最小值                       | 0.00   | 0.00     | 0.00     | 0.02     | 0.00     |
| 準確度                         |        |          |          |          |          |
| 95%以上                       | 109    | 148      | 153      | 124      | 123      |
| 95%-80%                     | 200    | 168      | 156      | 181      | 189      |
| 80%以下                       | 51     | 44       | 51       | 55       | 48       |

本次研究成果如表 2，2011 年 360 天連續提前一天預報的成果，以平均絕對誤差百分比 MAPE 來看，MAPE 越接近 0 表示預報精度越佳，表現最佳者為 LSSVM，分別為 9.25%與 9.30%都較 IGS 預報的 10.79%優異，其中在 MAPE 中 LSSVM-30 稍微優於 LSSVM-90，但兩者之間誤差最大值以 LSSVM-90 的 27.35 較 LSSVM-30 的 34.36 佳，這表示訓練天數為 30 與 90 天對於預報的精度差別不大，而 30 天的訓練天數在某些時間會出現擬合不足，造成最大誤差劣於 LSSVM-90，整體而言除了誤差最大值方面表現較 IGS 差，其他方面皆為所有方法中最佳，ARIMA 表現則是略優於 IGS，與 LSSVM 表現來的差。

進一步分析，一般而言準確度的值越接近 100%說明預報成果越好，而 IGS 預報雖然在誤差百分比 80%以下的天數 51 天與 LSSVM-90 表現一樣，但 LSSVM-90 在 95%以上的 153 天數較 109 天多，這表示預報的精度比 IGS 好的天數多了 44 天，表現最佳的 LSSVM-30 在 95%以上只有 148 天，但在 80%以下的天數為 44 天較其他的方法都要少，造成在準確度方面 LSSVM-30 是表現最優異的，而 ARIMA-90 的 123 天介於兩者中間。

預報精度與太陽活動的影響：

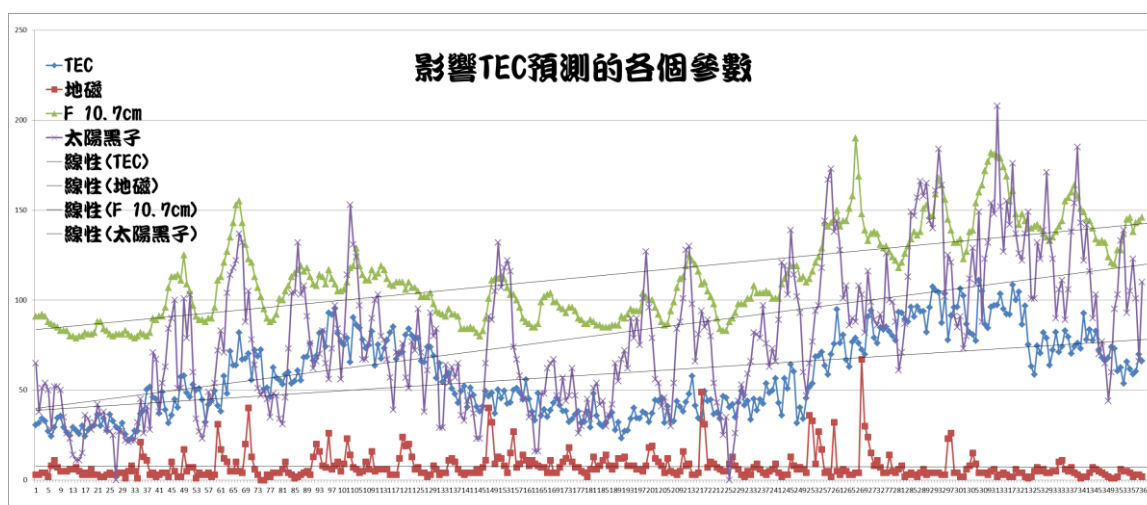


圖 3. 影響 TEC 預測的各個參數

由圖 3 說明，2011 年太陽活動隨著時間慢慢增加，其中較具指標性的太陽活動參數太陽輻射 F10.7cm 與太陽黑子數都隨著時間慢慢的增長，為了分析太陽活動是否影響預報的精度，本研究將 2011 第 1 至 360 天分為四段，並與 LSSVM-90 預報進行分析，成果如下。

表 3. 影響 TEC 預報的各個參數分段表

| 影響 TEC 預報的各個參數分段平均值 單位：TECU |       |      |                   |       |                    |
|-----------------------------|-------|------|-------------------|-------|--------------------|
| 實驗天數                        | TEC   | 地磁指數 | 太陽輻射<br>(F10.7cm) | 太陽黑子數 | 平均誤差<br>(LSSVM-90) |
| 1-90 天                      | 44.37 | 5.88 | 98                | 56    | 4.70               |
| 91-180 天                    | 58.98 | 9.31 | 102               | 67    | 4.91               |
| 181-270 天                   | 46.72 | 9.86 | 109               | 78    | 5.13               |
| 271-360 天                   | 83.66 | 5.29 | 144               | 119   | 5.87               |

上表 3. 將 2011 年台灣地區所預報的 360 天，以每 90 天做一次統計，分為四段時間，F10.7cm 與太陽黑子數，隨著時間的增長而增長，而 LSSVM-90 的預報誤差也隨著變高，代表太陽活動的變化對 LSSVM 是不好的影響，因此如何排除太陽活動對預報的影響，是值得再研究的課題。

## 八、 結論

1. 以 2011 年台灣為實驗範圍，以 LSSVM 連續進行 360 天預測，與 IGS 提前一天預報資料相比，平均誤差提升 0.73TECU，準確度在 95%以上多 44 天，本研究利用最小二乘支持向量機預提前一天預報成果相對好於其它方法。
2. 電離層的預測會受到許多因素的干擾，本研究使用 LSSVM 進行電離層全電子含量提前一天預報的方法，並加入 ARIMA 進行兩種工具的比較分析，這兩中方法皆為使用電離層本身的歷史數據進行預測。結果表明 LSSVM 的預報精度會比 ARIMA 預報與 IGS 等衛星機構所發布的來的好。
3. 根據 2011 年的影響電離層的相關活動資料，可明顯看出太陽活動以太陽輻射 F10.7cm 與太陽黑子數對 LSSVM 預報的精度有很明顯的影響，但儘管預報會受到兩參數的影響，但 LSSVM 依然能夠有良好的預報成果，代表 LSSVM 在電離層全電子含量預報中的應用，是的確可行的。

## 參考文獻

吳相忠(2004)利用 GPS 觀測量構建台灣南部地區網格式電離層模型，國立政治大學碩士論文。

沈昱廷(2011)以最小二乘支持向量機擬合區域性大地起伏值之研究—以台中地區為

例，國立中興大學土木工程學系碩士論文。

胡邦輝、劉丹軍、王學忠、高傳智(2011)最小二乘支持向量機在雲量預報中的應用，氣象科學，31(2)：189-193。

孫翊驊(2010)，適用於電離層高活動期間之現代化 GPS 長基線算法，國立成功大學碩士論文。

Seeber,G.,(1993),*Satellite Geodesy*, Berlin.：Walter de Gruyter.