

國立中興大學 114 學年度

碩士班招生考試試題

系所：土木工程學系 甲組

科目：工程數學

- 考生注意事項 -

- 一、考生入場前，應確實將行動電話關機，並將行動電話、手錶等計時器之鬧鈴功能關閉；攜帶入場(含臨時置物區)之所有物品，不得發出聲響或有影響試場秩序之情形。
- 二、考生除應考必用之文具外，不得將書籍、紙張、具有通訊、記憶等功能或其他非應試用品置於抽屜中、桌椅下、座位旁或隨身攜帶，違者以違規論。
- 三、考試開始鈴響前禁止翻閱試題，也不可以書寫、畫記、作答。
- 四、請考生核對准考證、座位標籤及答案卷(卡)上的准考證號碼是完全相同，如有不同應立即請監試人員處理。
- 五、答案請依試卷規定寫在答案卷內頁或於答案卡畫記，未依試卷規定作答或答案寫在試題紙上者不予計分。
- 六、考生不得在試題紙、答案卷(卡)以外之處抄錄答案，如將抄錄之答案攜出試場者，該科不予計分。
- 七、答案卷限用藍、黑色筆書寫(可使用鉛筆)。答案卡請以 2B 鉛筆畫記，不可使用修正液(帶)塗改，未使用 2B 鉛筆、畫記太輕或污損致光學閱讀機無法辨識答案者，後果由考生自負。
- 八、答案卷(卡)應保持清潔完整，不得折疊、破壞或塗改准考證號碼及條碼，亦不得書寫考生姓名、准考證號碼或與答案無關之任何文字或符號。
- 九、可否使用計算機請依試題資訊內標註為準，如「可以」使用，廠牌、功能不拘。
- 十、每節考試完畢後，應將試題及答案卷(卡)一併交給監試人員，不得攜出試場，違者該科不予計分。
- 十一、試題採雙面列印，考生應注意試題頁數確實作答。

國立中興大學 114 學年度碩士班招生考試試題

科目： 工程數學

系所： 土木工程學系 甲組

※本科目依簡章規定「可以」使用計算機

1. Solve the boundary value problem:

$$\frac{d^2}{dx^2} \left(a \frac{d^2 y}{dx^2} \right) = 1 - x$$

with the boundary conditions $y(0) = 0$, $y'(1) = 0$, $y''(0) = 0$, and $y'''(1) = 0$. Here, a is a non-zero constant. (10%)

2. Find the general solution for the differential equation $y' = (x^2 + 9)(y^2 - 9)$. (10%)

3. Solve the second-order differential equation:

$$y'' + y = H(t - 2) \sin(t - 2)$$

with initial conditions $y(0) = 0$ and $y'(0) = 0$. Here, $H(\bar{t})$ is the unit step function, which has a value of 1 for $\bar{t} \geq 0$ and 0 for $\bar{t} < 0$. (20%)

4. Given the matrix $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 4 & -2 & 0 \\ 3 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, find:

(a) The eigenvalues of $\mathbf{A}$. (10%)

(b) The corresponding eigenvectors. (10%)

5. Use the method of separation of variables to solve the heat equation:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

for $0 \leq x \leq L$ with the boundary conditions $u(0, t) = 0$, $u(L, t) = 0$, and the initial condition $u(x, 0) = u_0 \sin(\pi x/L)$. Here, α is a positive real constant. (20%)

6. Solve the partial differential equation

$$\frac{\partial}{\partial t} u(x, t) + c \frac{\partial}{\partial x} u(x, t) = 0$$

where c is a constant and

$$u(x, 0) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq L \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

(10%)

7. Evaluate the line integral $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$, where $\vec{F} = [x^2, y^2, z^2]$ and C is the line segment from $(0, 0, 0)$ to $(1, 2, 3)$. (10%)