

國立中興大學 113 學年度

碩士班招生考試試題

系所：土木工程學系甲組

科目：工程數學

- 考生注意事項 -

- 一、考生入場前，應確實關閉行動電話及手錶之鬧鈴設定；入場後，除准考證及應考必需文具外，所有物品(包含書籍、紙張、行動電話、穿戴式裝置等)均應立即放置於臨時置物區。
- 二、考試開始鈴響前禁止翻閱試題，也不可以書寫、畫記、作答。
- 三、請考生核對准考證、座位標籤及答案卷(卡)上的准考證號碼是否相同，如有不同應立即請監試人員處理。
- 四、答案必須寫在答案卷內頁或於答案卡畫記，答案寫在試題紙上者不予計分。
- 五、考生不得在試題紙、答案卷(卡)以外之處抄錄答案，如將抄錄之答案攜出試場者，該科不予計分。
- 六、答案卷限用藍、黑色筆書寫(可使用鉛筆)。答案卷應保持清潔完整，不得折疊、破壞或塗改准考證號碼及條碼，亦不得書寫考生姓名、准考證號碼或與答案無關之任何文字或符號。
- 七、答案卡請以 2B 鉛筆畫記，不可使用修正液(帶)塗改，未使用 2B 鉛筆、畫記太輕或污損致光學閱讀機無法辨識答案者，後果由考生自負。
- 八、可否使用計算機請依試題資訊內標註為準，如「可以」使用，廠牌、功能不拘。
- 九、每節考試完畢後，應將試題及答案卷(卡)一併繳回，不得攜出試場。
- 十、試題採雙面列印，考生應注意試題頁數確實作答。

國立中興大學 113 學年度碩士班招生考試試題

科目： 工程數學

系所： 土木工程學系甲組

※本科目依簡章規定「可以」使用計算機

1. Find a general solution for $y'y^{-1} = 4(x + \ln(2y)) - 2$. (10%)
2. Solve the boundary value problem $x^2y''' - 6y' = 3x$ with $y(-1) = y(1) = y'(1) = 1$. (10%)
3. Consider an initial value problem $y'' + 2ay' + y = \delta(t - 1)$, where a is a constant, and $\delta(t)$ is the Dirac delta function. The system is originally at rest, meaning $y(0) = y'(0) = 0$.
(a) Find y_h , a general solution of $y_h'' + 2ay_h' + y_h = 0$. (10%)
(b) For $a = 0$, solve the initial value problem. (10%)

4. Find all eigenvalues and the corresponding eigenvectors for $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 4 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$. (10%)

5. Consider a partial differential equation that describes the free vibration of a rod with length L :

$$\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} = 0,$$

where c is a positive constant. The function $u(x, t)$ is periodic in t and satisfies the following initial and boundary conditions: $u(x, 0) = 3 \cos\left(\frac{5\pi x}{2L}\right)$, $\frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = 0$, $u(L, t) = 0$, and $\frac{\partial u}{\partial x}(0, t) = 0$. Solve the PDE. (30%)

6. Consider a scalar function $f(x, y, z) = x + y + z$ and a vector $\mathbf{a} = [4, 0, 3]$.
(a) Calculate the directional derivative of f at point $P: (1, 1, 3)$ in the direction of \mathbf{a} . (5%)
(b) Find the direction in which f has maximum *decreasing* rate at P . (5%)

7. Evaluate

$$I = \iint_S \mathbf{f} \cdot \mathbf{n} \, dA,$$

where S is a closed surface consisting of the cylinder $x^2 + y^2 = 4$ with $0 \leq z \leq 3$, and the circular disks $z = 0$ and $z = 3$ with $x^2 + y^2 \leq 4$. $\mathbf{f} = [x, -y, z^2]$ is a force vector. \mathbf{n} is the outward normal to surface S . (10%)