

國立中興大學

108 學年度

碩士班考試入學招生

試 題

學系：土木工程學系甲組

科目名稱：工程數學

本科目可以使用計算機

本科目試題共 1 頁

一、求解下列初值問題(initial value problem)， D 為微分運算子。(20 分)

$$(D^3 + 3D^2 + 3D + I)y = 8 \sin x, \quad y(0) = -1, \quad y'(0) = -3, \quad y''(0) = 5$$

二、求解下列初值問題。(20 分)

$$\begin{aligned} y_1' &= 4y_2 + 5e^t \\ y_2' &= -y_1 - 20e^{-t} \end{aligned} \quad \text{with} \quad y_1(0) = 1, \quad y_2(0) = 0$$

三、求解下列一階非線性 ODEs。

$$(1) \quad e^{-y} dx + e^{-x}(-e^{-y} + 1) dy = 0 \quad (10 \text{ 分})$$

$$(2) \quad y' + xy = xy^{-1}, \quad y(0) = 3 \quad (10 \text{ 分})$$

四、以 Laplace 轉換求解。(20 分)

$$4y'' + 24y' + 37y = 17e^{-t} + \delta(t - \frac{1}{2}), \quad \text{with} \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1$$

五、求下列向量梯度、散度、旋度 (gradient、divergence、curl) 的計算，

$$f = \cos^2 x + \sin^2 y, \quad g = x + y + z, \quad \mathbf{v} = [yz, zx, xy], \text{ 需列出計算式或驗算過程。}$$

$$(1) \quad \text{div}(\text{grad } f) \quad (5 \text{ 分})$$

$$(2) \quad \text{curl}(\text{grad } f) \quad (5 \text{ 分})$$

$$(3) \quad \text{grad}(fg) \quad (5 \text{ 分})$$

$$(4) \quad \text{curl}(\mathbf{v}) \quad (5 \text{ 分})$$